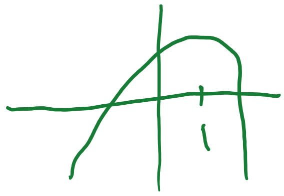
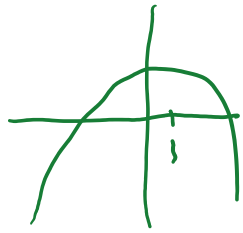
# Extremvärdesproblem

den 7 oktober 2020 13:41



eller



**1)** Grafen till funktionen $f(x) = x^4 - 4x$ har endast en extrempunkt. Extrempunktens $x$-koordinat är 1.

Avgör om denna extrempunkt är en maximi - eller minimipunkt.

$f(1) = -3 \quad f(0) = 0 \quad f(2) = 8$

Det är en minimipunkt.

**2)** För funktionen $f$ gäller att $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ och att $f$ är definierad i intervallet $0 \le x \le 4$. Bestäm funktionens minsta och största värde.

$f(0) = 2 \quad f(4) = 64 - 48 + 2 = 18$

$f'(x) = 3x^2 - 3x \quad f'(x) = 0 \rightarrow \quad x^2 = 1$

$x = \pm 1$

$f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$

$f(-1) = -1 - 3 + 2 = -2$

Svar: $-2$ och $18$

**3)** Grafen till $f(x) = x^3 - 3x$ har en maximipunkt. Bestäm maximipunktens koordinater.

Derivera $f'(x) = 3x^2 - 3$

Derivatan lika med noll: $3x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

$f(1) = -2 \quad f(-1) = 2$

Maxpunktens koordinater är $(-1, 2)$

**4)** Funktionen $f(x) = x^3 - 3x$ har en lokal maximipunkt.

Bestäm $x$ -koordinaten för denna punkt.

Se ovan.

**5)** En traktors bränsleförbrukning beror bland annat av traktorns hastighet, vägens lutning och vikten på den last traktorn har.

Vid en viss lutning och vikt har traktorn en bränsleförbrukning $B$ (liter/km) som är beroende av traktorns hastighet $v$ (km/h). Enligt en enkel modell kan traktorns bränsleförbrukning i detta fall beskrivas med sambandet:

$$B(v) = 0,001v^2 - 0,04v + 0,9$$

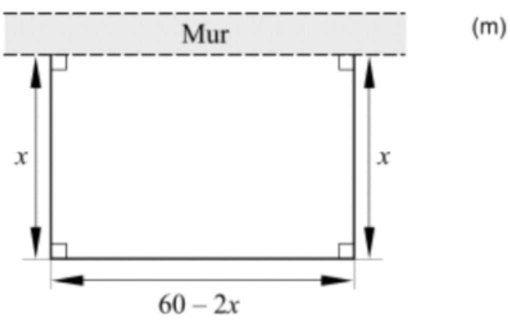
Använd derivata och visa att bränsleförbrukningen är lägst vid hastigheten 20 km/h.

$$B'(v) = 2 \cdot 0{,}001V - 0{,}04$$

$$B'(v) = 0 \iff 0.002V = 0.04$$

$$V = \frac{0{,}04}{0{,}002} = \frac{40}{2} = 20\ m/s$$

**6)** Leila har köpt 60 meter staket för att göra en fårhage där en av sidorna ska utgöras av en mur. Hon undersöker hur långa sidor fårhagen ska ha för att arean ska bli så stor som möjligt. Leila ritar en bild och betecknar fårhagens bredd med $x$ m. Då blir längden $(60 - 2x)$ m. Se figur.




a) Teckna ett uttryck för fårhagens area.

b) Bestäm med hjälp av derivata fårhagens maximala area.

a) $A(x) = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2$

a) $A(x) = x(60-2x) = 60x - 2x^2$

b) $A'(x) = 60 - 4x$

$A'(x) = 0 \rightarrow 4x = 60$

$x = 15$