

Valda uppgifter i kursboken Matematik M3c av Sjunnesson med flera utgiven på Liber, (2012).

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| Kapitel 1.....                       | 1 |
| Test 1.....                          | 5 |
| Blandade uppgifter i kapitel 1 ..... | 7 |

## Kapitel 1

1213. Koordinaterna för  $P$  fås direkt ur figuren som  $\frac{x}{4} = \cos 37^\circ$  och  $\frac{y}{4} = \sin 37^\circ$  dvs  $P = (3.2, 2.4)$ . På samma sätt  $Q = (5 \cos 80^\circ, 5 \sin 80^\circ) = (0.9, 4.9)$

1214.

$$\sphericalangle B + \sphericalangle C = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle A = 90^\circ, \sin B = \frac{AC}{h}, \cos C = \frac{AC}{h} \text{ VSV}$$

Där  $h$  är triangelns hypotenusan,  $h = BC$ .

1215. Den minsta vinkel är motstående den kortaste sidan dvs

$$\tan v = \frac{8}{\text{den längsta kateten}} = \frac{1}{2.4} \Rightarrow \text{den längsta kateten} = 19.2 \text{ cm}$$

Pythagoras sats ger att hypotenusan är:

$$h = \sqrt{8^2 + 19.2^2} = 20.8 \text{ cm}$$

1216. Kalla kateterna  $k_1$  och  $k_2$  och hypotenusan  $h$ . Detta ger:

$$\sin v = \frac{k_1}{h} \text{ och } \cos v = \frac{k_2}{h} \Rightarrow \frac{\sin v}{\cos v} = \frac{\frac{k_1}{h}}{\frac{k_2}{h}} = \frac{k_1}{k_2} = \tan v \text{ VSV}$$

1217. Dela upp pentagonen i fem likbenta trianglar.

Toppvinkeln i dessa trianglar är  $\frac{360}{5} = 72^\circ$ .

Detta medför att de andra vinklarna i trianglarna blir  $\frac{180-72}{2} = 54^\circ$ .

Höjden i de fem trianglarna fås som  $\tan 54^\circ = \frac{h}{3.5} \Rightarrow h \approx 4.8 \text{ cm}$ . Den totala arean blir:

$$A = 10 \cdot \frac{4.8 \cdot 3.5}{2} \approx 84 \text{ cm}^2$$

1227.

a)

$$h = \sqrt{3.5^2 + 7^2} \approx 7.8 \text{ cm}$$

sidorna är 7, 3.5 och 7.8 cm

b) Arean är  $A = \frac{3.5 \cdot 7}{2} = 12.25 \text{ cm}^2$

1228. Båda har rätt enligt:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1229.

Kalla den längsta sidans längd  $a$ . Då blir den kortaste sidan  $\frac{a}{2}$ . Pythagoras sats ger oss den

andra katetens längd som  $\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Omkrets = 6  $\Rightarrow a + \frac{a}{2} + a \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \Rightarrow a = \frac{6 \cdot 2}{3 + \sqrt{3}}$

Den kortaste sidan är  $\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \frac{6 \cdot 2}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = (3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$

1316. a)  $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin(-30^\circ) = -\sin(30^\circ) = -0.5$

b)  $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos(30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\tan 210^\circ = \frac{\sin 210^\circ}{\cos 210^\circ} = -\frac{1}{2} \left( -\frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

1317. a)

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

b)  $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$  gäller alla vinklar  $v$ .

c) Ritats en enhetscirkel ses att  $\cos v$  och  $\sin v$  utgör kateterna i en rätvinklig triangel vars hypotenus är 1, alltså är  $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$ .

1318. a) Höjden blir  $30 + 30 \cos 30^\circ \approx 56 \text{ m}$

b) Samma höjd uppnås då hjulet vridit sig  $60^\circ$ , längden blir  $\frac{60}{360} \cdot 30 \cdot 2\pi \approx 31 \text{ m}$

1319. a)

$$\cos v \cdot \tan(v + 180^\circ) = a \cdot \frac{b}{a} = b$$

b)

$$\sin(-v) \cdot \tan v = -b \cdot \frac{b}{a} = -\frac{b^2}{a}$$

1411. Areasatsen ger direkt:

$$A = \frac{a \cdot a}{2} \sin v = \frac{a^2 \sin v}{2}$$

1412. Använd att vinklarna i en liksidig triangel är  $60^\circ$  då ger areasatsen:

$$A = \frac{1}{2} s \cdot s \cdot \sin 60^\circ = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{s^2 \sqrt{3}}{4} \text{ VSV}$$

1413. a) Man ser direkt att mittpunktsvinklarna är  $\frac{360^\circ}{n}$ , sedan ger areasatsen:

$$A = n \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{n}{2} \cdot \sin \frac{360^\circ}{n} \cdot r^2 \text{ VSV}$$

b)  $\frac{50}{2} \sin \frac{360^\circ}{50} \approx 3.1333$ ,  $\frac{200}{2} \sin \frac{360^\circ}{200} \approx 3.1411$ ,  $\frac{400}{2} \sin \frac{360^\circ}{400} \approx 3.1415$

c) Kommer allt närmare  $\pi$ .

1425. Vinklarna blir  $26^\circ$ ,  $43^\circ$  och  $111^\circ$ . Sinussatsen ger  $\frac{\sin 43^\circ}{AC} = \frac{\sin 111^\circ}{16} \Rightarrow AC = 16 \frac{\sin 43^\circ}{\sin 111^\circ}$

Areasatsen ger  $\frac{16 \cdot h}{2} = \frac{16 \cdot \sin 26^\circ}{2} 16 \frac{\sin 43^\circ}{\sin 111^\circ} \Rightarrow h = 16 \frac{\sin 43^\circ \cdot \sin 26^\circ}{\sin 111^\circ} \approx 5.1 \text{ cm}$

1426. a) Om  $AB \neq AC$  fås två värden.

b) Om  $AB = AC$  fås ett värde, vinklarna  $B$  och  $C$  är lika stora.

1427. Låt  $A$  vara randvinkel. Då blir mittpunktsvinkeln stående mot sträckan  $a$  enligt randvinkelsatsen  $= 2A$ .

$$\sin A = \frac{a/2}{R} \Rightarrow \frac{\sin A}{a} = \frac{1}{2R} \text{ VSV}$$

1440. 5, 12, 13 är en rätvinklig triangel. De andra två vinklarna är  $\alpha = \arcsin \frac{5}{13} \approx 23^\circ$  och  $\beta = \arcsin \frac{12}{13} \approx 67^\circ$ .

1441. a) Kvadraten på diagonalen  $DB$  kan uttryckas på två sätt med hjälp av cosinussatsen:

$$4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos A = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos C \Rightarrow$$

$$52 - 2 \cdot 24 \cdot \cos A = 50 - 2 \cdot 25 \cdot \cos C \Rightarrow \cos A = \frac{1 + 25 \cos C}{24} \text{ VSV}$$

b) Är fyrhörningen inskriven i en cirkel gäller att  $C = 180^\circ - A$ .

$$\cos A = \frac{1 + 25 \cos(180^\circ - A)}{24} = \frac{1 - 25 \cos A}{24} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{49}$$

1446. Areasatsen ger direkt:

$$56 = \frac{1}{2}x(36 - x) \sin 30^\circ \Rightarrow 4 \cdot 56 = 36x - x^2 \Rightarrow x^2 - 36x + 216 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 18 \pm \sqrt{18^2 - 216} \approx 18 \pm 10.4 = \begin{cases} 28.4 \text{ cm} \\ 7.6 \text{ cm} \end{cases}$$

Använd cosinussatsen:

$$y^2 = 28.4^2 + 7.6^2 - 2 \cdot 7.6 \cdot 28.4 \cos 30^\circ \Rightarrow y \approx 22$$

Och sedan sinussatsen:

$$\frac{22}{\sin 30} = \frac{28.4}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha \approx 140^\circ$$

1447. Rita en triangel med en trubbig vinkel  $C$  och låt de intilliggande sidorna heta  $a$  och  $b$ , den motstående sidan  $c$ . Pytagoras sats ger:

$$(b \sin(180 - C))^2 + (a + b \cos(180 - C))^2 = c^2 \Rightarrow$$

$$b^2 \sin^2 C + a^2 - 2ab \cos C + b^2 \cos^2 C = c^2 \Rightarrow$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \text{ VSV}$$

1509.

$$32 = x^2 + 2x + y^2 - 8y \Rightarrow$$

$$32 + 1 + 4^2 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 4^2 \Rightarrow$$

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49 = 7^2$$

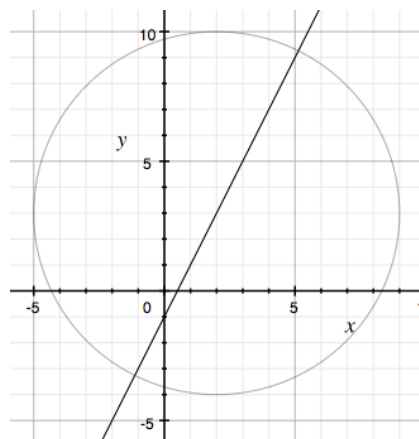
Dvs medelpunkt  $(-1, 4)$  och  $r = 7$ .

1510.

$$49 = (x - 2)^2 + (2x - 1 - 3)^2 = (x - 2)^2 + (2x - 4)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x + 4 + 4x^2 - 16x + 16 = 49 \Rightarrow 5x^2 - 20x - 29 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 5.8 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm 3.1 \text{ dvs } (-1.1, -3.3) \text{ och } (5.1, 9.3)$$



## Test 1

1. a)  $\sin v = \frac{8}{16} = 0.5$

b)  $v = 30^\circ$

2. Areasatsen ger direkt  $A = \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$

3. a)  $x^2 + y^2 = 16$

b)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

c)  $(x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 64$

4. a)  $\sin v = \frac{4}{5} = 0.8$

b)  $\cos v = \frac{3}{5} = 0.6$

c)  $\sin(180 - v) = \frac{4}{5} = 0.8$

d)  $\cos(-v) = \cos v = 0.6$

e)  $\tan v = \frac{4}{3} \approx 1.33$

f)  $\cos(180 - v) = -\cos v = -0.6$

5. a)  $\sin v = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v = 60^\circ$  eller  $v = 120^\circ$

b)  $\cos v = 0.5 \Rightarrow v = 60^\circ$  eller  $v = 300^\circ$

6. Areasatsen  $A = \frac{4\sqrt{2} \sin v}{2} = 2 \Rightarrow \sin v = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v = 45^\circ$

7. a)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

b)  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$

c)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$

8. Hypotenusan är  $h = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \Rightarrow \sin(180 - v) = \frac{3}{\sqrt{13}} = \sin v$

9. a) Vinkeln  $B = 97^\circ \Rightarrow \frac{\sin 97^\circ}{AC} = \frac{\sin 48^\circ}{8.2} \Rightarrow AC = 8.2 \frac{\sin 97^\circ}{\sin 48^\circ} \approx 11 \text{ cm}$

b) Areasatsen  $A = \frac{1}{2} 8.2 \sin 35^\circ 8.2 \frac{\sin 97^\circ}{\sin 48^\circ} \approx 26 \text{ cm}^2$

10.  $\sin 157^\circ \approx 0.39$ ,  $\cos 157^\circ \approx -0.92$ , rita en enhetscirkel så förstår du!

11.

$$\frac{\sin \alpha}{16} = \frac{\sin(152^\circ - \alpha)}{13} = \frac{\sin 28^\circ}{x} \Rightarrow 13 \sin \alpha = 16 \sin(152^\circ - \alpha)$$

$$13 \sin \alpha = 16 \sin 152^\circ \cos \alpha - 16 \cos 152^\circ \sin \alpha$$

$$(13 + 16 \cos 152^\circ) \sin \alpha = 16 \sin 152^\circ \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{16 \sin 152^\circ}{13 + 16 \cos 152^\circ} \Rightarrow \alpha = -81^\circ$$

Då en negativ vinkel i en triangel inte är något att ha, tar vi:

$$\alpha = 81^\circ \Rightarrow x = 16 \cdot \frac{\sin 28^\circ}{\sin 81^\circ} \approx 7.6 \text{ cm}$$

12. a)  $\sphericalangle C = 180 - 72 - 54 = 54^\circ = \sphericalangle A \Rightarrow$  triangeln är likbent  $\Rightarrow AB = BC = 12 \text{ cm}$

b) Sinussatsen ger  $\frac{AC}{\sin 72^\circ} = \frac{12}{\sin 54^\circ} \Rightarrow AC = \frac{12 \cdot \sin 72^\circ}{\sin 54^\circ} \approx 14 \text{ m}$

$$\frac{\sin 54^\circ}{CD} = \frac{\sin \alpha}{14.1} = \frac{\sin(126^\circ - \alpha)}{6} \Rightarrow 6 \sin \alpha = 14 \sin(126^\circ - \alpha) \Rightarrow$$

$$6 \sin \alpha = 14 \sin 126^\circ \cos \alpha - 14 \cos 126^\circ \sin \alpha \Rightarrow$$

$$(6 + 14 \cos 126^\circ) \sin \alpha = 14 \sin 126^\circ \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{14 \sin 126^\circ}{6 + 14 \cos 126^\circ} \Rightarrow$$

$$\alpha \approx -79^\circ \Rightarrow CD = 14.1 \frac{\sin 54^\circ}{\sin 79^\circ} \approx 11.6 \text{ m}$$

13.

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

14. a) Cosinussatsen ger:

$$29^2 = 15^2 + 21^2 - 2 \cdot 15 \cdot 21 \cos A \Rightarrow A \approx 106.1^\circ$$

$$21^2 = 15^2 + 29^2 - 2 \cdot 15 \cdot 29 \cos B \Rightarrow B \approx 44.1^\circ \Rightarrow C = 29.8^\circ$$

b)

$$A = \frac{15 \cdot 21 \sin 106.1^\circ}{2} \approx 151 \text{ m}^2$$

15. Sinussatsen ger t.ex.:

$$\frac{\sin 35^\circ}{3.4} = \frac{\sin B}{5.5} \Rightarrow B = 68^\circ \Rightarrow C = 77^\circ$$

$$\frac{\sin 77^\circ}{AB} = \frac{\sin 35^\circ}{3.4} \Rightarrow AB = 5.8 \text{ cm}$$

16.

$$8 = x^2 - 8x + y^2 + 10y = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 10y + 25 - 16 - 25$$

$$49 = (x - 4)^2 + (y + 5)^2$$

Radie 7 medelpunkt  $(4, -5)$ .

17. Areasatsen ger:

$$A = \frac{x(25 - x) \sin 42^\circ}{2} = 45.8 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ} = 25x - x^2 \Rightarrow x^2 - 25x + \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ} = 0 \Rightarrow$$

$$x = 12.5 \pm \sqrt{(12.5)^2 - \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ}} \approx 12.5 \pm 4.4 = \begin{cases} 16.9 \\ 8.1 \end{cases}$$

Cosinussatsen ger:

$$BC^2 = 16.9^2 + 8.1^2 - 2 \cdot 16.9 \cdot 8.1 \cdot \cos 42^\circ \Rightarrow BC \approx 12.2 \text{ cm}$$

## Blandade uppgifter i kapitel 1

11.  $(x - 1)^2 + (x + 2)^2 = 15^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 225$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 220 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 110 = 0 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 110} = \begin{cases} 10 \\ -11 \end{cases}$$

12. a) Areasatsen ger  $A = \frac{23 \cdot 56 \cdot \sin 47^\circ}{2} \approx 470 \text{ m}^2$

b) Cosinussatsen ger  $C^2 = 56^2 + 23^2 - 2 \cdot 56 \cdot 23 \cdot \cos 47^\circ \Rightarrow C \approx 44 \text{ m}^2$

13. Avståndsformeln ger  $r = \sqrt{(3 - 1)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 20$

14. Cosinusteoremet ger:

$$21^2 = 13^2 + 17^2 - 2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot \cos C \Rightarrow C \approx 87.8^\circ$$

15. a)  $\tan v = \frac{1}{8} \Rightarrow v = \arctan \frac{1}{8} \approx 7.1^\circ$

b)  $\tan 67.1^\circ = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2 \tan 67.1^\circ \approx 4.7$

16. Om femhörningen delas upp i 5 likbenta trianglar kommer dessa att ha toppvinkeln  $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ . Varje sådan triangel delas upp i två rätvinkliga trianglar där kateterna är 7.5 cm och  $\frac{7.5}{\tan 36^\circ}$  dvs hela arean fås som  $A = 10 \cdot \frac{1}{2} 7.5 \cdot \frac{7.5}{\tan 36^\circ} \approx 387 \text{ cm}^2$

17. a) Använd areasatsen:

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin v}{2} = \frac{6.5 \cdot 8.9 \cdot \sin 73^\circ}{2} \approx 28 \text{ cm}^2$$

b)

$$14.5 = \frac{6.5 \cdot 8.9 \cdot \sin v}{2} \Rightarrow \sin v = \frac{2 \cdot 14.5}{6.5 \cdot 8.9} \approx 0.5 \Rightarrow v \approx 30^\circ \text{ eller } v \approx 150^\circ$$

18. a) Om sidorna är 15 och 18 cm gäller  $A = \frac{1}{2} 15 \cdot 18 \sin \alpha = 135 \text{ cm}^2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$  SANN.

Det finns ett fall där  $39.8^\circ$ -vinkeln inte är mellan 15 och 18 sidorna.

b) Triangeln är rätvinklig och  $\alpha \approx \arctan \frac{15}{18} \approx 39.8^\circ$ . SANN.

c) I en rätvinklig triangel med kateterna 15 cm och 18 cm är omkretsen  $\approx 56$  cm. FALSK.

d) Rita en figur, räkna med hjälp av Pythagoras fram längden av den tredje sidan. Kolla arean, stämmer ej dvs FALSK.

19. a) Kalla sidorna  $x$  och  $y$ . Cosinussatsen ger:

$$x^2 = 12^2 + 7.5^2 - 2 \cdot 12 \cdot 7.5 \cos 42^\circ \Rightarrow x \approx 8.2 \text{ m}$$

$$y^2 = 12^2 + 7.5^2 - 2 \cdot 12 \cdot 7.5 \cos 138^\circ \Rightarrow y \approx 18.3 \text{ m}$$

$$O = 2x + 2y = 53 \text{ m}$$

b) Använd areasatsen:

$$A = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} 7.5 \cdot 12 \cdot \sin 42^\circ + \frac{1}{2} 7.5 \cdot 12 \cdot \sin 138^\circ \right) \approx 120 \text{ m}^2$$

20. Cosinussatsen ger:

$$AB^2 = 280^2 + 340^2 - 2 \cdot 280 \cdot 340 \cos 120^\circ \Rightarrow AB \approx 540 \text{ m}$$

$$280 + 340 - 540 = 80 \text{ m kortare}$$

21. Cosinussatsen ger:

$$d^2 = 35^2 + 60^2 - 2 \cdot 35 \cdot 60 \cos 105^\circ \Rightarrow d \approx 77 \text{ min}$$

$150 - 77 - 35 = 38$  minuters fikapaus.

22. a) Cosinussatsen ger:

$$14^2 + 21^2 - 2 \cdot 14 \cdot 21 \cdot \cos v = 35^2 + 28^2 - 2 \cdot 28 \cdot 35 \cdot \cos 51^\circ \Rightarrow v \approx 104^\circ$$



b) Areasatsen ger:

$$A = \frac{1}{2} 14 \cdot 21 \cdot \sin 104^\circ + \frac{1}{2} 35 \cdot 28 \cdot \sin 51^\circ \approx 520 \text{ m}^2$$

23.

$$A = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin 25^\circ$$

Fördubblas:

$$2A = 16 \cdot 12 \cdot \sin 25^\circ = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \alpha \approx 58^\circ \text{ dvs öka med } 33^\circ$$

Halveras:

$$\frac{A}{2} = \frac{1}{4} 16 \cdot 12 \cdot \sin 25^\circ = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin \beta \Rightarrow \beta \approx 12^\circ \text{ dvs minska med } 13^\circ$$

24.  $v = 90^\circ - \arctan 2 \approx 27^\circ$

25.

$$27 + 1 + 36 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 12y + 36$$

$$(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 64 = 8^2$$

Dvs medelpunkt i  $(-1, 6)$  och  $r = 8$  le.

26.

$$x^2 + (3x + 3)^2 = 25^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 625 \Rightarrow 10x^2 + 18x - 616 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 + 1.8x - 61.6 = 0 \Rightarrow x = -0.9 \pm \sqrt{0.81 + 61.6} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -8.8 \end{cases}$$

$$\sin v = \frac{7}{25} \Rightarrow v \approx 16.3^\circ$$

27. a) Kalla fyrens höjs för  $h$ .

$$\tan 3.5^\circ = \frac{h}{AC} \text{ och } \tan 5.6^\circ = \frac{h}{BC} \text{ och } AC - BC = 530 \text{ m}$$

$$BC \tan 5.6^\circ = AC \tan 3.5^\circ = (BC + 530) \tan 3.5^\circ \Rightarrow$$

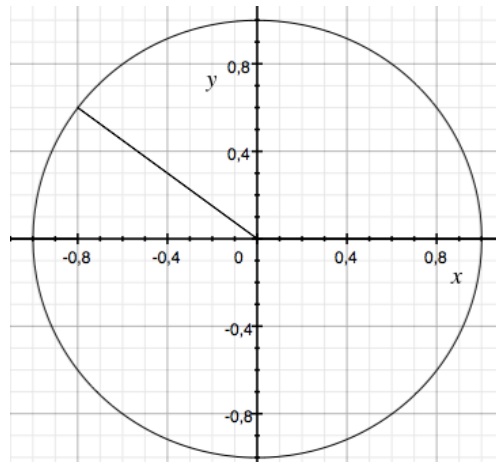
$$BC = \frac{530 \tan 3.5^\circ}{\tan 5.6^\circ - \tan 3.5^\circ} \approx 880 \text{ m}$$

b)

$$h = BC \tan 5.6^\circ \approx 86 \text{ m}$$

28.

Ur figuren nedan kan man avläsa att  $0.6^2 + \cos^2 v = 1 \Rightarrow \cos v = -\sqrt{1 - 0.6^2} = -0.8$



29.

Sinussatsen ger:

$$\frac{\sin 38^\circ}{2AB} = \frac{\sin C}{AB} \sin C = \frac{\sin 38^\circ}{2} \Rightarrow C \approx 17.9^\circ$$

Vinkelsumman i en triangel ger att  $\sphericalangle B = 180 - 38 - 17.9 = 124^\circ$

Sinussatsen en gång till ger:

$$\frac{\sin 38^\circ}{2AB} = \frac{\sin 124^\circ}{3} \Rightarrow AB \approx 1.11 \text{ cm}$$

Med hjälp av areasatsen fås:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 1.11 \cdot 2.22 \cdot \sin 124^\circ \approx 1.0 \text{ cm}^2$$

30. Med hjälp av de tre riktningskoefficienterna  $k_1$ ,  $k_2$  och  $k_3$  fås vinklar som:

$$\arctan -1 = -45^\circ, \arctan \frac{3}{4} \approx 37^\circ \text{ och } \arctan -8 \approx -83^\circ$$

Tillsammans ger detta triangelns vinklar som  $82^\circ$ ,  $38^\circ$  och  $60^\circ$ .

31. Vinklarna i den stora triangeln är  $30^\circ$ ,  $75^\circ$  och  $75^\circ$ . Kalla triangelns bas  $b$ . Då gäller:

$$\sin 15^\circ = \frac{\frac{b}{2}}{25} \text{ dvs } b = 50 \sin 15^\circ$$

och i den lilla triangeln fås:

$$\tan 15^\circ = \frac{x}{b/2} \Rightarrow x = \frac{b}{2} \tan 15^\circ = 25 \sin 15^\circ \tan 15^\circ \approx 1.7 \text{ cm}$$

32. Areasatsen ger direkt:

$$A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{4} AB \cdot (19 - AB) = 19.5 \Rightarrow$$

$$AB^2 - 19AB + 78 = 0 \Rightarrow AB = 9.5 \pm \sqrt{9.5^2 - 78} = \begin{cases} 13 \text{ cm} \\ 6 \text{ cm} \end{cases}$$

33.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 \Leftrightarrow$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4 \text{ dvs centrum i } (1, -2), r = 2 \text{ le}$$

34. Fall 1: Antag att vinkeln mellan krafterna är spetsig. Kalla den trubbiga vinkeln i parallelogrammet  $\beta$  och den spetsiga  $\alpha$ . Enligt sinussatsen gäller:

$$\frac{\sin 40.8^\circ}{175} = \frac{\sin \alpha}{225} \Rightarrow \alpha \approx 57^\circ \Rightarrow \beta \approx 82^\circ \text{ och sinussatsen igen:}$$

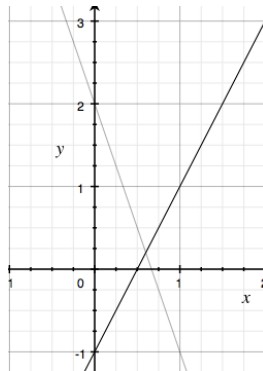
$$\frac{\sin 40.8^\circ}{175} = \frac{\sin 82^\circ}{|F_1 + F_2|} \Rightarrow |F_1 + F_2| \approx 265 \text{ N}$$

Fall 2: Antag att vinkeln mellan krafterna är trubbig. Kalla den trubbiga vinkeln i parallelogrammet  $\beta$  och den spetsiga  $\alpha$ . Enligt sinussatsen gäller:

$$\frac{\sin 40.8^\circ}{175} = \frac{\sin \beta}{225} \Rightarrow \beta \approx 123^\circ \Rightarrow \alpha \approx 16.3^\circ \text{ och sinussatsen igen:}$$

$$\frac{\sin 40.8^\circ}{175} = \frac{\sin 16.3^\circ}{|F_1 + F_2|} \Rightarrow |F_1 + F_2| \approx 75.4 \text{ N}$$

35.



Linjernas vinklar är  $\arctan(-3)$  och  $\arctan 2$ . Den spetsiga vinkeln blir:

$$180 - \arctan 3 - \arctan 2 = 45^\circ$$