Valda uppgifter i kursboken Matematik M3c av Sjunnesson med flera utgiven på Liber, (2012).

Kapitel 1

1213. Koordinaterna för P fås direkt ur figuren som $\frac{x}{4} = \cos 37°$ och $\frac{y}{4} = \sin 37°$ dvs $P = (3.2, 2.4)$. På samma sätt $Q = (5\cos 80°, 5\sin 80°) = (0.9,\ 4.9)$

1214.

$$\measuredangle B + \measuredangle C = 90° \Rightarrow A\measuredangle = 90°, \sin B = \frac{AC}{h}, \cos C = \frac{AC}{h} \text{ VSV}$$

Där h är triangelns hypotenusa, $h = BC$.

1215. Den minsta vinkel är motstående den kortaste sidan dvs

$$\tan v = \frac{8}{\text{den längsta kateten}} = \frac{1}{2.4} \Rightarrow \text{den längsta kateten} = 19.2 \text{ cm}$$

Pythagoras sats ger att hypotenusan är:

$$h = \sqrt{8^2 + 19.2^2} = 20.8 \text{ cm}$$

1216. Kalla kateterna k_1 och k_2 och hypotenusan h. Detta ger:

$$\sin v = \frac{k_1}{h} \text{ och } \cos v = \frac{k_2}{h} \Rightarrow \frac{\sin v}{\cos v} = \frac{\frac{k_1}{h}}{\frac{k_2}{h}} = \frac{k_1}{k_2} = \tan v \text{ VSV}$$

1217. Dela upp pentagonen i fem likbenta trianglar.
Toppvinkeln i dessa trianglar är $\frac{360}{5} = 72°$.
Detta medför att de andra vinklarna i trianglarna blir $\frac{180-72}{2} = 54°$.
Höjden i de fem trianglarna fås som $\tan 54° = \frac{h}{3.5} \Rightarrow h \approx 4.8$ cm. Den totala arean blir:

$$A = 10 \cdot \frac{4.8 \cdot 3.5}{2} \approx 84 \text{ cm}^2$$

1227.
a)

$$h = \sqrt{3.5^2 + 7^2} \approx 7.8 \text{ cm}$$

sidorna är 7, 3.5 och 7.8 cm

b) Arean är $A = \frac{3.5 \cdot 7}{2} = 12.25 \text{ cm}^2$

1228. Båda har rätt enligt:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{2}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1229.
Kalla den längsta sidans längd a. Då blir den kortaste sidan $\frac{a}{2}$. Pythagoras sats ger oss den andra katetens längd som $\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\frac{\sqrt{3}}{2}$. Omkrets $= 6 \Rightarrow a + \frac{a}{2} + a\frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \Rightarrow a = \frac{6 \cdot 2}{3+\sqrt{3}}$
Den kortaste sidan är $\frac{a}{2} = \frac{1}{2}\frac{6 \cdot 2}{(3+\sqrt{3})} = \frac{6(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = \frac{6(3-\sqrt{3})}{9-3} = (3-\sqrt{3})$ cm

1316. a) $\sin 210° = \sin(180° + 30°) = \sin(-30°) = -\sin(30°) = -0.5$

b) $\cos 210° = \cos(180° + 30°) = -\cos(30°) = -\sqrt{3}/2$

c) $\tan 210° = \frac{\sin 210°}{\cos 210°} = -\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

1317. a)

$$\sin^2 30° + \cos^2 30° = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$\sin^2 45° + \cos^2 45° = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin^2 60° + \cos^2 60° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

b) $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$ gäller alla vinklar v.

c) Ritas en enhetscirkel ses att $\cos v$ och $\sin v$ utgör kateterna i en rätvinklig triangel vars hypotenusa är 1, alltså är $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$.

1318. a) Höjden blir $30 + 30\cos 30° \approx 56$ m

b) Samma höjd uppnås då hjulet vridit sig 60°, längden blir $\frac{60}{360} \cdot 30 \cdot 2\pi \approx 31$ m

1319. a)

$$\cos v \cdot \tan(v + 180°) = a \cdot \frac{b}{a} = b$$

b)

$$\sin(-v) \cdot \tan v = -b \cdot \frac{b}{a} = -\frac{b^2}{a}$$

1411. Areasatsen ger direkt:

$$A = \frac{a \cdot a}{2} \sin v = \frac{a^2 \sin v}{2}$$

1412. Använd att vinklarna i en liksidig triangel är 60° då ger areasatsen:

$$A = \frac{1}{2} s \cdot s \cdot \sin 60° = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{s^2\sqrt{3}}{4} \text{ VSV}$$

1413. a) Man ser direkt att mittpunktsvinklarna är $\frac{360°}{n}$, sedan ger areasatsen:

$$A = n \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin \frac{360°}{n} = \frac{n}{2} \cdot \sin \frac{360°}{n} \cdot r^2 \text{ VSV}$$

b) $\frac{50}{2} \sin \frac{360°}{50} \approx 3.1333$, $\frac{200}{2} \sin \frac{360°}{200} \approx 3.1411$, $\frac{400}{2} \sin \frac{360°}{400} \approx 3.1415$

c) Kommer allt närmare π.

1425. Vinklarna blir 26°, 43° och 111°. Sinussatsen ger $\frac{\sin 43°}{AC} = \frac{\sin 111°}{16} \Rightarrow AC = 16 \frac{\sin 43°}{\sin 111°}$
Areasaten ger $\frac{16 \cdot h}{2} = \frac{16 \cdot \sin 26°}{2} 16 \frac{\sin 43°}{\sin 111°} \Rightarrow h = 16 \frac{\sin 43° \cdot \sin 26°}{\sin 111°} \approx 5.1 \text{ cm}$

1426. a) Om $AB \neq AC$ fås två värden.
b) Om $AB = AC$ fås ett värde, vinklarna *B* och *C* är lika stora.

1427. Låt *A* vara randvinkel. Då blir mittpunktsvinkeln stående mot sträckan *a* enligt randvinkelsatsen $= 2A$.

$$\sin A = \frac{a/2}{R} \Rightarrow \frac{\sin A}{a} = \frac{1}{2R} \text{ VSV}$$

1440. 5, 12, 13 är en rätvinklig triangel. De andra två vinklarna är $\alpha = \arcsin \frac{5}{13} \approx 23°$ och $\beta = \arcsin \frac{12}{13} \approx 67°$.

1441. a) Kvadraten på diagonalen *DB* kan uttryckas på två sätt med hjälp av cosinussatsen:

$$4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos A = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos C \Rightarrow$$

$$52 - 2 \cdot 24 \cdot \cos A = 50 - 2 \cdot 25 \cdot \cos C \Rightarrow \cos A = \frac{1 + 25 \cos C}{24} \text{ VSV}$$

b) Är fyrhörningen inskriven i en cirkel gäller att $C = 180° - A$.

$$\cos A = \frac{1 + 25 \cos(180° - A)}{24} = \frac{1 - 25 \cos A}{24} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{49}$$

1446. Areasatsen ger direkt:

$$56 = \frac{1}{2}x(36 - x)\sin 30° \Rightarrow 4 \cdot 56 = 36x - x^2 \Rightarrow x^2 - 36x + 216 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 18 \pm \sqrt{18^2 - 216} \approx 18 \pm 10.4 = \begin{cases} 28.4 \text{ cm} \\ 7.6 \text{ cm} \end{cases}$$

Använd cosinussatsen:

$$y^2 = 28.4^2 + 7.6^2 - 2 \cdot 7.6 \cdot 28.4 \cos 30° \Rightarrow y \approx 22$$

Och sedan sinussatsen:

$$\frac{22}{\sin 30} = \frac{28.4}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha \approx 140°$$

1447. Rita en triangel med en trubbig vinkel *C* och låt de intilliggande sidorna heta *a* och *b*, den motstående sidan *c*. Pytagoras sats ger:

$$(b\sin(180 - C))^2 + (a + b\cos(180 - C))^2 = c^2 \Rightarrow$$

$$b^2 \sin^2 C + a^2 - 2ab\cos C + b^2\cos^2 C = c^2 \Rightarrow$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \text{ VSV}$$

1509.

$$32 = x^2 + 2x + y^2 - 8y \Rightarrow$$

$$32 + 1 + 4^2 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 4^2 \Rightarrow$$

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49 = 7^2$$

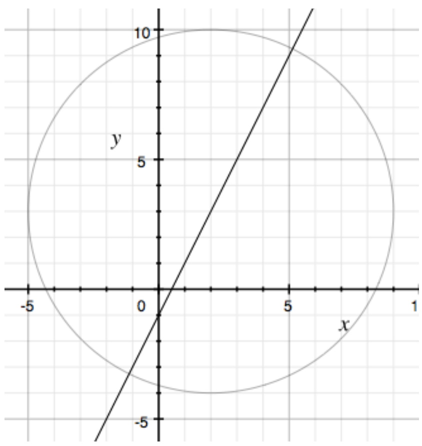
Dvs medelpunkt $(-1, 4)$ och $r = 7$.

1510.

$$49 = (x - 2)^2 + (2x - 1 - 3)^2 = (x - 2)^2 + (2x - 4)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x + 4 + 4x^2 - 16x + 16 = 49 \Rightarrow 5x^2 - 20x - 29 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 5.8 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm 3.1 \text{ dvs } (-1.1, -3.3) \textit{ och } (5.1, 9.3)$$



Test 1

1. a) $\sin v = \frac{8}{16} = 0.5$

b) $v = 30°$

2. Areasatsen ger direkt $A = \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 60°}{2} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

3. a) $x^2 + y^2 = 16$

b) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$

c) $(x+6)^2 + (y+2)^2 = 64$

4. a) $\sin v = \frac{4}{5} = 0.8$ b) $\cos v = \frac{3}{5} = 0.6$

c) $\sin(180 - v) = \frac{4}{5} = 0.8$ d) $\cos(-v) = \cos v = 0.6$

e) $\tan v = \frac{4}{3} \approx 1.33$ f) $\cos(180 - v) = -\cos v = -0.6$

5. a) $\sin v = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v = 60°$ eller $v = 120°$

b) $\cos v = 0.5 \Rightarrow v = 60°$ eller $v = 300°$

6. Areasatsen $A = \frac{4\sqrt{2}\sin v}{2} = 2 \Rightarrow \sin v = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v = 45°$

7. a) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ b) $x^2 + (y-1)^2 = 1$

c) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$

8. Hypotenusan är $h = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \Rightarrow \sin(180 - v) = \frac{3}{\sqrt{13}} = \sin v$

9. a) Vinkeln $B = 97° \Rightarrow \frac{\sin 97°}{AC} = \frac{\sin 48°}{8.2} \Rightarrow AC = 8.2\frac{\sin 97°}{\sin 48°} \approx 11\ \text{cm}$

b) Areasatsen $A = \frac{1}{2}8.2 \sin 35°\, 8.2\frac{\sin 97°}{\sin 48°} \approx 26\ \text{cm}^2$

10. $\sin 157° \approx 0.39, \cos 157° \approx -0.92$, rita en enhetscirkel så förstår du!

11.

$$\frac{\sin\alpha}{16}=\frac{\sin(152°-\alpha)}{13}=\frac{\sin 28°}{x}\Rightarrow 13\sin\alpha=16\sin(152°-\alpha)$$

$$13\sin\alpha=16\sin 152°\cos\alpha-16\cos 152°\sin\alpha$$

$$(13+16\cos 152°)\sin\alpha=16\sin 152°\cos\alpha\Rightarrow\tan\alpha=\frac{16\sin 152°}{13+16\cos 152°}\Rightarrow\alpha=-81°$$

Då en negativ vinkel i en triangel inte är något att ha, tar vi:

$$\alpha=81°\Rightarrow x=16\cdot\frac{\sin 28°}{\sin 81°}\approx 7.6\text{ cm}$$

12. a) $\measuredangle C=180-72-54=54°=\measuredangle A\Rightarrow$ triangeln är likbent $\Rightarrow AB=BC=12$ cm

b) Sinussatsen ger $\frac{AC}{\sin 72°}=\frac{12}{\sin 54°}\Rightarrow AC=\frac{12\cdot\sin 72°}{\sin 54°}\approx 14$ m

$$\frac{\sin 54°}{CD}=\frac{\sin\alpha}{14.1}=\frac{\sin(126°-\alpha)}{6}\Rightarrow 6\sin\alpha=14\sin(126°-\alpha)\Rightarrow$$

$$6\sin\alpha=14\sin 126°\cos\alpha-14\cos 126°\sin\alpha\Rightarrow$$

$$(6+14\cos 126°)\sin\alpha=14\sin 126°\cos\alpha\Rightarrow\tan\alpha=\frac{14\sin 126°}{6+14\cos 126°}\Rightarrow$$
$$\alpha\approx-79°\Rightarrow CD=14.1\frac{\sin 54°}{\sin 79°}\approx 11.6\text{ m}$$

13.

$$(x+1)^2+(y-4)^2=20$$

14. a) Cosinussatsen ger:
$$29^2=15^2+21^2-2\cdot15\cdot21\cos A\Rightarrow A\approx 106.1°$$

$$21^2=15^2+29^2-2\cdot15\cdot29\cos B\Rightarrow B\approx 44.1°\Rightarrow C=29.8°$$

b)
$$A=\frac{15\cdot21\sin 106.1°}{2}\approx 151\text{ m}^2$$

15. Sinussatsen ger t.ex.:
$$\frac{\sin 35°}{3.4}=\frac{\sin B}{5.5}\Rightarrow B=68°\Rightarrow C=77°$$

$$\frac{\sin 77°}{AB}=\frac{\sin 35°}{3.4}\Rightarrow AB=5.8\text{ cm}$$

16.

$$8 = x^2 - 8x + y^2 + 10y = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 10y + 25 - 16 - 25$$

$$49 = (x-4)^2 + (y+5)^2$$

Radie 7 medelpunkt $(4, -5)$.

17. Areasatsen ger:

$$A = \frac{x(25-x)\sin 42°}{2} = 45.8 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42°} = 25x - x^2 \Rightarrow x^2 - 25x + \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42°} = 0 \Rightarrow$$

$$x = 12.5 \pm \sqrt{(12.5)^2 - \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42°}} \approx 12.5 \pm 4.4 = \begin{cases} 16.9 \\ 8.1 \end{cases}$$

Cosinussatsen ger:

$$BC^2 = 16.9^2 + 8.1^2 - 2 \cdot 16.9 \cdot 8.1 \cdot \cos 42° \Rightarrow BC \approx 12.2 \text{ cm}$$

Blandade uppgifter i kapitel 1

11. $(x-1)^2 + (x+2)^2 = 15^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 225$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 220 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 110 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 110} = \{$$

12. a) Areasatsen ger $A = \frac{23 \cdot 56 \cdot \sin 47°}{2} \approx 470 \text{ m}^2$

b) Cosinussatsen ger $C^2 = 56^2 + 23^2 - 2 \cdot 56 \cdot 23 \cdot \cos 47° \Rightarrow C \approx 44 \text{ m}^2$

13. Avståndsformeln ger $r = \sqrt{(3-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 20$

14. Cosinusteoremet ger:

$$21^2 = 13^2 + 17^2 - 2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot \cos C \Rightarrow C \approx 87.8°$$

15. a) $\tan v = \frac{1}{8} \Rightarrow v = \arctan\frac{1}{8} \approx 7.1°$

b) $\tan 67.1° = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2\tan 67.1° \approx 4.7$

16. Om femhörningen delas upp i 5 likbenta trianglar kommer dessa att ha toppvinkeln $\frac{360°}{5} = 72°$. Varje sådan triangel delas upp i två rätvinkliga trianglar där kateterna är 7.5 cm och $\frac{7.5}{\tan 36°}$ dvs hela arean fås som $A = 10 \cdot \frac{1}{2} 7.5 \cdot \frac{7.5}{\tan 36°} \approx 387 \text{ cm}^2$

17. a) Använd areasatsen:

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin v}{2} = \frac{6.5 \cdot 8.9 \cdot \sin 73°}{2} \approx 28 \text{ cm}^2$$

b)

$$14.5 = \frac{6.5 \cdot 8.9 \cdot \sin v}{2} \Rightarrow \sin v = \frac{2 \cdot 14.5}{6.5 \cdot 8.9} \approx 0.5 \Rightarrow v \approx 30° \text{ eller } v \approx 150°$$

18. a) Om sidorna är 15 och 18 cm gäller $A = \frac{1}{2} 15 \cdot 18 \sin \alpha = 135 \text{ cm}^2 \Rightarrow \alpha = 90°$ SANN.
Det finns ett fall där 39.8°-vinkeln inte är mellan 15 och 18 sidorna.
b) Triangeln är rätvinklig och $\alpha \approx \arctan \frac{15}{18} \approx 39.8°$. SANN.

c) I en rätvinklig triangel med kateterna 15 cm och 18 cm är omkretsen ≈ 56 cm. FALSK.

d) Rita en figur, räkna med hjälp av Pythagoras fram längden av den tredje sidan. Kolla arean, stämmer ej dvs FALSK.

19. a) Kalla sidorna *x* och *y*. Cosinussatsen ger:

$$x^2 = 12^2 + 7.5^2 - 2 \cdot 12 \cdot 7.5 \cos 42° \Rightarrow x \approx 8.2 \text{ m}$$

$$y^2 = 12^2 + 7.5^2 - 2 \cdot 12 \cdot 7.5 \cos 138° \Rightarrow y \approx 18.3 \text{ m}$$

$$O = 2x + 2y = 53 \text{ m}$$

b) Använd areasatsen:

$$A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} 7.5 \cdot 12 \cdot \sin 42° + \frac{1}{2} 7.5 \cdot 12 \cdot \sin 138°\right) \approx 120 \text{ m}^2$$

20. Cosinussatsen ger:

$$AB^2 = 280^2 + 340^2 - 2 \cdot 280 \cdot 340 \cos 120° \Rightarrow AB \approx 540 \text{ m}$$

$$280 + 340 - 540 = 80 \text{ m kortare}$$

21. Cosinussatsen ger:

$$d^2 = 35^2 + 60^2 - 2 \cdot 35 \cdot 60 \cos 105° \Rightarrow d \approx 77 \text{ min}$$

$150 - 77 - 35 = 38$ minuters fikapaus.

22. a) Cosinussatsen ger:

$$14^2 + 21^2 - 2 \cdot 14 \cdot 21 \cdot \cos v = 35^2 + 28^2 - 2 \cdot 28 \cdot 35 \cdot \cos 51° \Rightarrow v \approx 104°$$

b) Areasatsen ger:

$$A = \frac{1}{2} 14 \cdot 21 \cdot \sin 104° + \frac{1}{2} 35 \cdot 28 \cdot \sin 51° \approx 520 \text{ m}^2$$

23.

$$A = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin 25°$$

Fördubblas:

$$2A = 16 \cdot 12 \cdot \sin 25° = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \alpha \approx 58° \text{ dvs öka med } 33°$$

Halveras:

$$\frac{A}{2} = \frac{1}{4} 16 \cdot 12 \cdot \sin 25° = \frac{1}{2} 16 \cdot 12 \cdot \sin \beta \Rightarrow \beta \approx 12° \text{ dvs minska med } 13°$$

24. $v = 90° - \arctan 2 \approx 27°$

25.

$$27 + 1 + 36 = x^2 + 2x + +1 + y^2 - 12y + 36$$

$$(x+1)^2 + (y-6)^2 = 64 = 8^2$$

Dvs medelpunkt i $(-1, 6)$ och $r = 8$ le.

26.

$$x^2 + (3x+3)^2 = 25^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 625 \Rightarrow 10x^2 + 18x - 616 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 + 1.8x - 61.6 = 0 \Rightarrow x = -0.9 \pm \sqrt{0.81 + 61.6} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ (x_2 = -8.8) \end{cases}$$

$$\sin v = \frac{7}{25} \Rightarrow v \approx 16.3°$$

27. a) Kalla fyrens höjs för h.

$$\tan 3.5° = \frac{h}{AC} \text{ och } \tan 5.6° = \frac{h}{BC} \text{ och } AC - BC = 530 \text{ m}$$

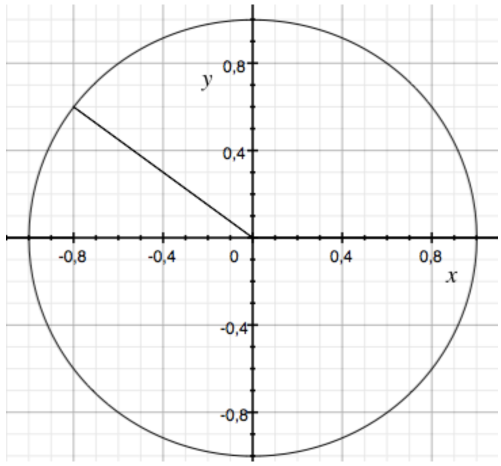
$$BC \; \tan 5.6° = AC \tan 3.5° = (BC + 530) \tan 3.5° \Rightarrow$$

$$BC = \frac{530 \tan 3.5°}{\tan 5.6° - \tan 3.5°} \approx 880 \text{ m}$$

b)

$$h = BC \tan 5.6° \approx 86 \text{ m}$$

28.
Ur figuren nedan kan man avläsa att $0.6^2 + \cos^2 v = 1 \Rightarrow \cos v = -\sqrt{1 - 0.6^2} = -0.8$



29.
Sinussatsen ger:

$$\frac{\sin 38°}{2AB} = \frac{\sin C}{AB} \sin C = \frac{\sin 38°}{2} \Rightarrow C \approx 17.9°$$

Vinkelsumman i en triangel ger att $\measuredangle B = 180 - 38 - 17.9 = 124°$

Sinussatsen en gång till ger:

$$\frac{\sin 38°}{2AB} = \frac{\sin 124°}{3} \Rightarrow AB \approx 1.11 \text{ cm}$$

Med hjälp av areasatsen fås:

$$A = \frac{1}{2} 1.11 \cdot 2.22 \cdot \sin 124° \approx 1.0 \text{ cm}^2$$

30. Med hjälp av de tre riktningskoefficienterna k_1, k_2 och k_3 fås vinklar som:

$$\arctan -1 = -45°, \arctan \frac{3}{4} \approx 37° \text{ och} \arctan -8 \approx -83°$$

Tillsammans ger detta triangelns vinklar som 82°, 38° och 60°.

31. Vinklarna i den stora triangeln är 30°, 75° och 75°. Kalla triangelns bas *b*. Då gäller:

$$\sin 15° = \frac{\frac{b}{2}}{25} \text{ dvs } b = 50 \sin 15°$$

och i den lilla triangeln fås:

$$\tan 15° = \frac{x}{b/2} \Rightarrow x = \frac{b}{2} \tan 15° = 25 \sin 15° \tan 15° \approx 1.7 \text{ cm}$$

32. Areasatsen ger direkt:

$$A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30° = \frac{1}{4} AB \cdot (19 - AB) = 19.5 \Rightarrow$$

$$AB^2 - 19AB + 78 = 0 \Rightarrow AB = 9.5 \pm \sqrt{9.5^2 - 78} = \begin{cases} 13 \text{ cm} \\ 6 \text{ cm} \end{cases}$$

33.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \text{ dvs centrum i } (1, -2), r = 2 \text{ le}$$

34. Fall 1: Antag att vinkeln mellan krafterna är spetsig. Kalla den trubbiga vinkeln i parallellogrammet β och den spetsiga α. Enligt sinussatsen gäller:

$$\frac{\sin 40.8°}{175} = \frac{\sin \alpha}{225} \Rightarrow \alpha \approx 57° \Rightarrow \beta \approx 82° \text{ och sinussatsen igen:}$$

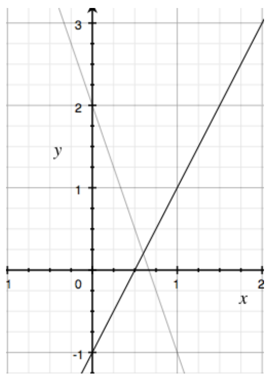
$$\frac{\sin 40.8°}{175} = \frac{\sin 82°}{|F_1 + F_2|} \Rightarrow |F_1 + F_2| \approx 265 \text{ N}$$

Fall 2: Antag att vinkeln mellan krafterna är trubbig. Kalla den trubbiga vinkeln i parallellogrammet β och den spetsiga α. Enligt sinussatsen gäller:

$$\frac{\sin 40.8°}{175} = \frac{\sin \beta}{225} \Rightarrow \beta \approx 123° \Rightarrow \alpha \approx 16.3° \text{ och sinussatsen igen:}$$

$$\frac{\sin 40.8°}{175} = \frac{\sin 16.3°}{|F_1 + F_2|} \Rightarrow |F_1 + F_2| \approx 75.4 \text{ N}$$

35.



Linjernas vinklar är $\arctan(-3)$ och $\arctan 2$. Den spetsiga vinkeln blir:

$$180 - \arctan 3 - \arctan 2 = 45°$$