

Kapitel 1

1101.

- a) Vi har ett naturligt tal \Rightarrow Vi har ett heltal
- b) Vi dividerar \Leftrightarrow Vi beräknar en kvot
- c) $x < 2 \Leftrightarrow 2 > x$
- d) Vi adderar två tal \Rightarrow Vi beräknar en summa
(en summa kan bestå av fler än 2 tal)

1105.

- a) Talet är $1/3 \Rightarrow$ Talet är rationellt
- b) x är positivt $\Leftrightarrow x > 5$
- c) $2x = 3x \Rightarrow x = 0$
- d) $x = 4 \Rightarrow x^2 = 16$

1201. A: Definition av en kvadrat.

B: Sats. Hur arean av en triangel räknas ut.

C: Definition av en hundradel, och dess relation till 1 %.

D: Sats. Den distributiva lagen.

1202. Fatimas resonemang är inget bevis. Ett bevis lyder som: välj tre på varandra följande tal, $n - 1$, n och $n + 1$. Då gäller:

$$\text{medel} = \frac{(n - 1) + n + (n + 1)}{3} = \frac{n - 1 + n + n + 1}{3} = \frac{3n}{3} = n \text{ VSB}$$

1320. Nej, om $a < -9$ blir $a^2 > 81$. (Det står lite fel i bokens facit.)

1321. a) 1, -4, -9 differensen är $-5 \Rightarrow 1, -4, -9, -14, -19, -24$

b) Differensen är $-53 - 45 = -98$ dvs 45, -53, -151, -249, -347, -445

1413. Tag till exempel (17,19) och (21,23).

1414. Kalla tre på varandra följande tal $n - 1$, n , och $n + 1$. Då gäller:

$$n - 1 + n + n + 1 = 3n$$

och $3n$ är alltid delbart med 3.

1415. 101 och 103.

1416. Här får man prova sig fram, inget av primtalen kan vara $> \sqrt{2431}$ dvs 49. Svar: 11, 13 och 17.

1417. Talet 100 är delbart med 4 så alla tal där de sista två siffrorna är delbara med 4 är delbara med 4. För 8 gäller att 1000 är delbart med 8, $1000/8 = 125$. Alltså om de tre sista siffrorna är delbara med 8, då är talet delbart med 8.

Ett tal vilket som helst kan skrivas som:

$$\begin{aligned} n_0 + n_1 \cdot 10 + n_2 \cdot 10^2 + \dots + n_i 10^i &= \\ = n_0 + n_1 \cdot (1 + 9) + n_2 \cdot (1 + 99) + \dots + n_i (1 + (10^i - 1)) &= \\ = n_0 + n_1 + 9n_1 + n_2 + 99n_2 + \dots + n_i + n_i(10^i - 1) &= \\ = n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_i + 9n_1 + 99n_2 + \dots + (10^i - 1)n_i & \end{aligned}$$

Här kan man inse att om $n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_i$ är delbart med 9, så är talet delbart med 9.

1509. a)

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{14} < \frac{8}{14} = \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$$

b)

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{9} = \frac{27}{63} < \frac{28}{63} = \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{7} = \frac{4}{9}$$

1510. a)

$$1\frac{2}{3} + \square = 5 \Rightarrow \square = 5 - 1\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$$

b)

$$\square - 4\frac{1}{9} = 1\frac{2}{9} \Rightarrow \square = 1\frac{2}{9} + 4\frac{1}{9} = 5\frac{3}{9} = 5\frac{1}{3}$$

c)

$$\square + \frac{2}{7} = 4\frac{1}{7} \Rightarrow \square = 4\frac{1}{7} - \frac{2}{7} = 3\frac{6}{7}$$

1511.

$$\text{medel} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{7} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{7} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{21} = \frac{23}{42}$$

1512.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ x + y = 56 \end{cases} \Rightarrow x = y \frac{3}{4} \Rightarrow y \frac{3}{4} + y = 56 \Rightarrow y \frac{7}{4} = 56 \Rightarrow \begin{cases} y = 32 \\ x = 24 \end{cases}$$

1519.

$$\frac{4}{7} + x = \frac{12}{14} \Rightarrow x = \frac{12}{14} - \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{2} = \frac{12}{14} - \frac{8}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

1520.

$$\frac{7}{12} - x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

1521.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \text{bananer} = 1 \Rightarrow \text{bananer} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

1522.

$$\frac{\frac{2}{15}}{\frac{4}{5} - \frac{1}{15}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{12}{15} - \frac{1}{15}} = \frac{2}{11} \text{ ?????}$$

1523.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \text{vita} = 1 \Rightarrow \text{vita} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

1524.

$$\frac{a}{21} > \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{7} = \frac{7}{21} \Rightarrow a = 8 \text{ dvs } \frac{8}{21}$$

1525.

$$\frac{2}{7} = \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{21} = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21}$$

1526.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$$

1527.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + 3\text{svarta} = 1 \Rightarrow 3\text{svarta} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{28 - 14 - 7 - 4}{28} = \frac{3}{28}$$

Svar: 28 godisbitar

1528. Här måste man prova sig fram.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{20 + 15 + 12 + 10}{60} = \frac{57}{60}$$

Det räcker till 4 barnbarn.

1541. a)

$$\frac{3}{5}x = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9}$$

b)

$$\frac{2}{7}x = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{7}x = \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{49}{4}$$

c)

$$\frac{a}{b}x = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}x = \frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} \Rightarrow x = \frac{b^2}{a^2}$$

1542.

$$xy = \frac{2}{3}, \text{ men } x = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{8}{9} \cdot y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

1543.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{7}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{7 \cdot 2}{7 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 7}}{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 9} - \frac{1}{9 \cdot 2}} = \frac{\frac{23}{21}}{\frac{1}{18}} = \frac{23 \cdot 18}{21} = \frac{23 \cdot 6}{7} = \frac{138}{7} = 19 \frac{5}{7} \approx 19.7$$

1621.

$$27^{18} = 3^{54} <? > 5^{36} = 25^{18} \Rightarrow 3^{54} > 5^{36}$$

1622.

$$(6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x)^2 = (7 \cdot 6^x)^2 = 7^2 \cdot 6^{2x} = 49 \cdot 36^x$$

1623. $A = \pi \cdot r^2$

a)

$$A_2 = \pi \cdot (2r)^2 = \pi \cdot 4r^2 = 4 \pi r^2 = 4 \cdot A$$

b)

$$A_3 = \pi \cdot (3r)^2 = \pi \cdot 9r^2 = 9 \pi r^2 = 9 \cdot A$$

1624.

$$7^{n+2} - 7^n - 7^{n+1} = 7^n(7^2 - 1 - 7) = 7^n(49 - 8) = 41 \cdot 7^n$$

1625.

$128^{70} = (2^7)^{70} = 2^{490} > 5^{210} = (5^3)^{70} = 125^{70}$ men $128 > 125$
alltså gäller olikheten.

1649. $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{4} \sqrt{2} \sqrt{3} = 2\sqrt{2}\sqrt{3}$

1650. a) $5\sqrt{10} = \sqrt{25 \cdot 10} = \sqrt{250}$

b) $2\sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$

c) $10\sqrt{5} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{500}$

d) $5\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$

Svar d)

1651.

$$\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}} = \left(\frac{y}{x}\right)^n \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2(n-1)} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{-1} \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2(n-1)} \Rightarrow -\frac{1}{2} = 2(n-1) \Rightarrow n = \frac{3}{4}$$

1712. Det tvåsiffriga talet ab kan skrivas som:

$$a + b \cdot 10 = a + b(1 + 9) = a + b + 9b$$

dvs om $a + b$ är delbart med 3 är ab delbart med 3, VSV.

1713.

$$12345_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$= 11000000111001_2$$

1714.

$$\begin{array}{r} 10111011 \\ +10001100 \\ \hline 101000111 \end{array}$$

$$128+32+16+8+2+1=187$$

$$128+8+4=140$$

140+187=327 verkar stämma.

1719.

$$4 \cdot b^2 + 0 \cdot b^1 + 6 \cdot b^0 = 330_{10} \Rightarrow 4 \cdot b^2 = 324_{10} \Rightarrow b^2 = \frac{324}{4} = 81 \Rightarrow b = 9$$

1720. a)

$$8937_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 10001011101001_2$$

b)

$$10001011101001_2 = 10\ 0010\ 1110\ 1001_2 = 22E9_{\text{hex}}$$

c)

$$10001011101001_2 = 10\ 001\ 011\ 101\ 001_2 = 21351_8$$

1721. a)

$$1001_2 = 9_{10} = 9_{16} \neq 8_{16} \Rightarrow \text{FALSKT}$$

b)

$$39_{16} = 11\ 1001_2 \Rightarrow \text{SANT}$$

c)

$$10011111_2 = 1001\ 1111_2 = 9E_{16} \Rightarrow \text{FALSKT}$$

1722.

En byte är 8 bitar, antalet möjligheter blir då $2^8 = 256_{10}$ eller 0-255. Hexadecimalt fås:

$$11111111_2 = 1111\ 1111_2 = FF_{\text{hex}}$$

1723.

$$5_{10} \cdot 11001_2 = 5_{10} \cdot 25_{10} = 125_{10} = 1111101_2$$

1724.

$$2^{32} = 2^2 \cdot 2^{30} = 4 \cdot (2^{10})^3 = 4 \cdot 1024^3 \approx 4 \cdot 10^9$$

4 miljarder dvs 10 siffror.

Test 1

1. a) \Rightarrow

b) \Leftrightarrow

c) \Leftrightarrow

2.

$$-1 + \frac{20}{-4} - (-4) \cdot 3 + (-2)(-1) = -1 - 5 + 12 + 2 = -6 + 14 = 8$$

3. a) $48 = 16 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

b) $2310 = 2 \cdot 5 \cdot 231 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 77 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

4. a)

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{25}$$

b)

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{14}{14} = \frac{28}{70}$$

5. a)

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{2}{3}$$

b)

$$\frac{210}{330} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 11 \cdot 10} = \frac{7}{11}$$

6. a)

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < 1$$

b) Till exempel:

$$2.5 \cdot 10^{-3} = 0.0025 < 0.01 < 2.5 \cdot 10^{-2} = 0.025$$

c)

$$0.666666 < \frac{2}{3} \text{ eftersom } 3 \cdot 0.666666 = 1.999998 < 2$$

7. a)

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

b)

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{12} = \frac{3}{3} \cdot \frac{5}{8} - \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{12} = \frac{15}{24} - \frac{6}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

c)

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{24} = \frac{9}{24} - \frac{10}{24} + \frac{5}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

8. a)

$$5 \cdot 4 \frac{2}{7} = 5 \cdot \left(4 + \frac{2}{7}\right) = 20 + \frac{10}{7} = 21 \frac{3}{7}$$

b)

$$3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{17} = \left(3 + \frac{2}{5}\right) \left(2 + \frac{3}{17}\right) = \left(\frac{15}{5} + \frac{2}{5}\right) \left(\frac{34}{17} + \frac{3}{17}\right) = \frac{17}{5} \cdot \frac{37}{17} = 7\frac{2}{5}$$

c)

$$\frac{\frac{16}{3}}{4} = \frac{\frac{16}{3}}{4} = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

9. a)

$$2^3 \cdot 2^5 \cdot 2 = 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^1 = 2^{3+5+1} = 2^9$$

b)

$$\frac{7^3 \cdot 7^8}{7^4} = 7^3 \cdot 7^8 \cdot 7^{-4} = 7^{3+8-4} = 7^7$$

c)

$$(5^{3n})^4 = 5^{3n} \cdot 5^{3n} \cdot 5^{3n} \cdot 5^{3n} = 5^{3n+3n+3n+3n} = 5^{12n}$$

10. a)

$$2a \cdot 3a \cdot 5a = 2 \cdot a \cdot 3 \cdot a \cdot 5 \cdot a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot a = 30a^3$$

b)

$$2a + 3a + 5a = (a + a) + (a + a + a) + (a + a + a + a + a) = 10a$$

c)

$$\frac{(3b)^3 \cdot 5b^9}{(3b^2)^3} = \frac{3^3 b^3 \cdot 5b^9}{3^3 (b^2)^3} = \frac{b^3 \cdot 5b^9}{b^6} = 5b^6$$

11. a)

$$\frac{7^{-5}}{7^2} = 7^{-5} \cdot 7^{-2} = 7^{-7}$$

b)

$$\frac{10^8}{10^{-3}} = 10^8 \cdot 10^3 = 10^{11}$$

c)

$$\frac{27}{3^{-2}} = 27 \cdot 3^2 = 3^3 \cdot 3^2 = 3^5 = 243$$

12. a)

$$16^{1/2} = \sqrt{16} = 4$$

b)

$$81^{-1/2} = \frac{1}{81^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{81}} = \frac{1}{9}$$

c)

$$125^{1/3} = \sqrt[3]{125} = 5$$

13.

$$8^{-2/3} = \frac{1}{8^{2/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$$

14. a)

$$11011_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27_{10}$$

b)

$$33_{10} = 32 + 1 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^0 = 100001_2$$

15.

$$33_{10} = 2 \cdot 16 + 1 = 21_{\text{hex}}$$

16. a) $7200000 = 7\,200\,000 = 7.2 \cdot 10^6$

b) $0.000032 = \{\text{flytta kommat 5 steg} \Rightarrow\} = 3.2 \cdot 10^{-5}$

c) $35000 \cdot 10^{-7} = 3.5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7} = 3.5 \cdot 10^{-3}$

17. a)

$$\frac{150 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-2}} = \frac{150}{5} 10^4 \cdot 10^2 = 30 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^7$$

b)

$$\sqrt{6.4 \cdot 10^{-3}} = \sqrt{64 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 8 \cdot 10^{-2} = 0.08$$

18. a) $450 \text{ nm} = 450 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

19. $450 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm} \Rightarrow 450 \cdot 10^{-9} \text{ m} \leq \lambda \leq 750 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow$

$$0.450 \cdot 10^{-6} \text{ m} \leq \lambda \leq 0.750 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow 0.45 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0.75 \mu\text{m}$$

20. a) $35.60 = 35.60 = \{\text{alla är gällande siffror} \Rightarrow 4 \text{ st}\}$

b) $0.0071 = 0.0071 \Rightarrow 2 \text{ gällande siffror}$

c) $0.0350 = 0.0350 \Rightarrow 3 \text{ gällande siffror}$

d) $11.9 \cdot 10^{-6} = 11.9 \cdot 10^{-6} \Rightarrow 3 \text{ gällande siffror}$

e) $41.20 \cdot 10^{-8} = 41.20 \cdot 10^{-8} \Rightarrow 4 \text{ gällande siffror}$

21.

$$10 = \frac{10^7}{10^x} \Leftrightarrow 10 \cdot 10^x = 10^7 \Rightarrow 10^{1+x} = 10^7 \Rightarrow x = 6$$

22. Eventuella faktorer måste vara $\leq \sqrt{443} \approx 21$, testa med 19, 17, 13, 11 och 7. Inget tal delar 443 utan att ge rest $\Rightarrow 443$ är ett primtal.

23. sträckan är hastigheten gånger tiden dvs:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}{3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0.5 \cdot 1000 \text{ s} = 500 \text{ s} \approx 8.3 \text{ min}$$

24. Precis som i uppgift 23: sträckan är hastigheten gånger tiden dvs:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{0.323 \text{ m}}{1.3 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}} \approx 7.9 \text{ år}$$

25. a) Kostnaden i kr för en hamburgare på Island är:

$$422 \text{ ISK} \cdot \frac{100 \text{ kr}}{961 \text{ ISK}} \approx 43.9 \text{ kr dvs cirka 18 kr dyrare}$$

b)

$$1.99 \text{ GBP} = 1.99 \text{ GBP} \cdot \frac{100 \text{ kr}}{6.65 \text{ GBP}} \cdot \frac{10.91 \text{ EUR}}{100 \text{ kr}} \approx 3.26 \text{ EUR}$$

Blandade uppgifter i kapitel 1

1.

a) $-5 - (2) = -5 + 2 = -3$

b) $-8 + (-5) = -8 - 5 = -13$

c) $-7 - 7 = -14$

2. a) $(-21) + (-14) = -35 \Leftrightarrow -21 - 14 = -35 \Rightarrow \text{SANT}$

b) $-8 < (-9) \cdot 2 \Leftrightarrow -8 < -18 \Rightarrow \text{FALSKT}$

c) $(-8) - (-2) < -5 \Leftrightarrow -8 + 2 < -5 \Leftrightarrow -6 < -5 \Rightarrow \text{SANT}$

d) $0 = (-6) - (-7) + (-1) \Leftrightarrow 0 = -6 + 7 - 1 \Rightarrow \text{SANT}$

3. a)

$$\frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

b)

$$\frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

c)

$$\frac{-13 - 19}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

4. a)

$$7 + \square = 1 \Leftrightarrow 7 + \square - 7 = 1 - 7 \Rightarrow \square = -6$$

b)

$$(-8) + \square = -5 \Leftrightarrow (-8) + \square + 8 = -5 + 8 \Rightarrow \square = 3$$

c)

$$\square + (-13) = (-18) \Leftrightarrow \square + (-13) + 13 = (-18) + 13 \Rightarrow \square = -5$$

5. a)

$$8\frac{2}{3} + 12\frac{3}{4} = 8 + \frac{2}{3} + 12 + \frac{3}{4} = 20 + \frac{4}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} = 20 + \frac{17}{12} = 21\frac{5}{12}$$

b)

$$\begin{aligned} 10\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} &= 10 + \frac{3}{8} - \left(1 + \frac{5}{6}\right) = 10 + \frac{3}{8} - 1 - \frac{5}{6} = 9 + \frac{3}{8} - \frac{4}{6} - \frac{5}{6} = \\ &= 9 + \frac{9 - 20}{24} = 9 - \frac{11}{24} = 8\frac{13}{24} \end{aligned}$$

c)

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{1}{36}$$

d)

$$1\frac{7}{8} / 3\frac{3}{4} = \frac{1 + \frac{7}{8}}{3 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{8}{8} + \frac{7}{8}}{\frac{12}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{2}$$

e)

$$8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{13} = \left(8 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{13}\right) = \frac{24 + 2}{3} \cdot \frac{13 + 2}{13} = \frac{26}{3} \cdot \frac{15}{13} = 10$$

f)

$$3 / 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{9}{7}$$

6. Kontrollera siffersumman: $1 + 2 + 3 = 6$ OK, $6 + 7 + 8 = 21$ OK, $1 + 1 + 5 + 9 = 16$ NEJ, $9 + 0 + 8 + 5 + 7 + 4 = 33$ OK.

7. a) $15 = 3 \cdot 5$

b) $77 = 7 \cdot 11$

c) $123 = 3 \cdot 41$

8. a) $1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 1 = 9_{10}$

b) $1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13_{10}$

c) $101010_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 2 = 42_{10}$

9. a) $0.5 \text{ kg} = 500 \text{ g} < 600 \text{ g}$

b) $200 \text{ ml} = 0.2 \text{ l} < 1 \text{ l}$

c) $4 \text{ ton} = 4000 \text{ kg} > 200 \text{ kg} = 2 \cdot 10^2 \text{ kg} = 2 \cdot 10^5 \text{ g}$

d) $9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 9 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$

10.

$$101.01_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 4 + 1 + 0.25 = 5.25_{10} = 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

11.

$$\frac{1}{8}x = 600 \Rightarrow x = 4\,800 \text{ m} = 4.8 \text{ km}$$

12.

$$\frac{100}{-20} = -\frac{100}{20} = -5$$

13.

$$(-100) \cdot 20 = -100 \cdot 20 = -2\,000$$

14. a)

$$1.5 \cdot 10^{-2} = 1.5 \cdot 0.01 = 0.015$$

b)

$$2 \cdot 10 \cdot 10^2 = 2 \cdot 10 \cdot 100 = 2 \cdot 1000 = 2000$$

c)

$$10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^1 = 4 \cdot 10 = 40$$

15.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} > \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

16. a) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

b) $(-2)^3 = (-2)^2(-2) = 4 \cdot (-2) = -8$

c) $(-2)^4 + (-1) = (-2)^2(-2)^2 - 1 = 4 \cdot 4 - 1 = 16 - 1 = 15$

17.

$$\frac{(2x)^5 \cdot 5x^7}{(2^{-1} \cdot x^2)^{-3}} = 2^5 x^5 \cdot 5x^7 (2^{-1} \cdot x^2)^3 = 32 \cdot 5x^{12} \frac{1}{2^3} x^6 = \frac{32 \cdot 5}{8} x^{18} = 20 x^{18}$$

18.

$$\text{Kvar är} = 15\,000 \cdot \frac{3}{8} \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 15\,000 \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = 4\,500 \text{ kr}$$

19. a)

$$x \cdot \frac{1}{3} = 12 \Rightarrow x = 36 \text{ flaskor}$$

b)

$$x \cdot \frac{3}{4} = 12 \Rightarrow x = 16 \text{ flaskor}$$

c)

$$x \cdot \frac{3}{7} = 12 \Rightarrow x = 28 \text{ flaskor}$$

20.

$$731\,000 \cdot x = 3.38 \cdot 10^9 \text{ kg} \Rightarrow x = \frac{3.38 \cdot 10^9}{731\,000} \approx 4.62 \text{ ton/ko}$$

21. a)

$$\frac{10^3 \cdot 10}{10^{-2}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^2 = 10^{(3+1+2)} = 10^6 = 1\,000\,000$$

b)

$$\frac{10^0}{10^4 \cdot 10^{-6}} = 10^0 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 = 10^2 = 100$$

c)

$$\frac{10^{-3}}{10^3 \cdot 10^{-5}} = 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 10^{-1} = 0.1$$

22.

$$676_{10} = 2 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 2A4_{\text{hex}}$$

23. a)

$$\frac{7}{20} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{14} \cdot \frac{15}{20} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

b)

$$\frac{6}{35} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{15}{16} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} \cdot \frac{7}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

c)

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{13}{21} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 3}{13 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{15}$$

24. a)

$$\sqrt{16 \cdot 10^8} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10^8} = 4 \cdot 10^4$$

b)

$$\sqrt{0.25 \cdot 10^{10}} = \sqrt{0.25} \cdot \sqrt{10^{10}} = 0.5 \cdot 10^5$$

c)

$$\sqrt{1.21 \cdot 10^{-2}} = \sqrt{1.21} \cdot \sqrt{10^{-2}} = 1.1 \cdot 10^{-1} = 0.11$$

25. a)

$$4 + 5 \cdot 10^{-1} = 4 + 5 \cdot 0.1 = 4 + 0.5 = 4.5$$

b)

$$4 + 6 \cdot 10^3 = 4 + 6000 = 6004$$

26. 13, -26 och 0 till exempel.

$$27. 100 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-1} = 0.4$$

$$28. 5^{2n} = (5^2)^n = 25^n$$

$$29. a) 3^3 \cdot 27 = 3^3 \cdot 3^3 = 3^6$$

$$b) (5^3)^7 \cdot 125 = 5^{21} \cdot 5^3 = 5^{24}$$

c)

$$\frac{27}{3^{-3}} = 27 \cdot 3^3 = 3^3 \cdot 3^3 = 3^6$$

d)

$$2^3 \cdot 16 \cdot 4^3 = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^{13}$$

30. a) $3080 = 2 \cdot 5 \cdot 308 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 77 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

b) 293 är ett primtal

31.

$$\frac{3}{5} + 0.4 = \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1, \text{Ja.}$$

32. a) $(3 \cdot 10^{-1})^2 = 3^2 \cdot 10^{-2} = 9 \cdot 10^{-2}$

b) $5 - 3 \cdot 10^2 = 5 - 300 = -295 = -2.95 \cdot 10^2$

c) $10^0 - 10^{-2} - 10^{-3} = 1 - 0.01 - 0.001 = 0.989 = 9.89 \cdot 10^{-1}$

33. a)

$$\frac{10^6}{60 \cdot 60 \cdot 24} \approx 12 \text{ dygn}$$

b)

$$\frac{10^9}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 32 \text{ år}$$

34. a) $(-3)^2 + (-1)^2 = 9 + 1 = 10$

b) $4^2 - (-3)^2 = 16 - 9 = 7$

35. $8 \cdot 10^{-2} + x = 1 \Rightarrow 0.08 + x = 1 \Rightarrow x = 1 - 0.08 = 0.92$

36. a)

$$\frac{(-10)^2 + (-10)^3}{2} = \frac{100 - 1000}{2} = -\frac{900}{2} = -450$$

b)

$$\frac{m+n}{2}$$

37.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} = \frac{1}{100} = 0.01$$

38.

$$2^{24}, 3^{18}, 4^{15}, 5^6 \Leftrightarrow 2^{24}, 3^{18}, 2^{30}, 5^6$$

$$(2^{10})^2 \cdot 2^4, (3^9)^2, (2^{10})^3, 125^2 \Rightarrow 125^2, (2^{10})^2 \cdot 2^4, (3^2)^9, (2^{10})^3$$

$$5^6 < 2^{24} < 3^{18} < 4^{15}$$

39. a) talet får en nolla till höger

b) talet får ett komma till vänster om dess sista siffra (är det en noll försvinner den)

40.

$$xy = \frac{2}{3}, \text{ men } x = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{8}{9} \cdot y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

41. Ett tvåsiffrigt tal ab kan skrivas som $a + 10b$ dvs

$$a + 10b - (a + b) = a + 10b - a - b = 9b$$

Ja, talet är delbart med 9.

42. Kalla vinsten för x ; då gäller för Davids del:

$$\frac{x}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 360 \Rightarrow \frac{x}{3} \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{x}{3} \cdot \frac{3}{4} = 360 \Rightarrow x = 4 \cdot 360 = 1440 \text{ kr}$$

43.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots &= \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{5}{5} + \frac{1}{5}\right) \cdots = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdots \end{aligned}$$

a) 4 faktorer:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{2} = 3$$

b) 5 faktorer

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

c) 50 faktorer

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdots \frac{51}{50} \cdot \frac{52}{51} = \frac{52}{2} = 26 \text{ (fel i bokens svar, = 36)}$$

d) Extrauppgift som inte finns i boken, n faktorer.

$$\frac{n+2}{2}$$

44. a)

$$\begin{aligned} (-1)^{-1} + (-2)^{-2} + (-3)^{-3} &= \frac{1}{-1} + \frac{1}{(-2)^2} + \frac{1}{(-3)^3} = -1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{-27} = \\ &= -1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{27} = -\frac{27}{27} + \frac{4}{27} - \frac{1}{27} = \frac{-27 + 4 - 1}{27} = \frac{-24}{27} = -\frac{8}{9} \end{aligned}$$

b)

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + (0.2)^{-1} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{0.2} = \frac{9}{4} + 5 = \frac{9}{4} + \frac{20}{4} = \frac{29}{4}$$

45.

$$\frac{3^0 + 3^{-2}}{3^{-1} + 3^{-3}} = \frac{1 + \frac{1}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} = \frac{27}{27} \cdot \frac{1 + \frac{1}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} = \frac{27 + \frac{27}{9}}{\frac{27}{3} + \frac{27}{27}} = \frac{27 + 3}{9 + 1} = \frac{30}{10} = 3$$

46.

Victors klipphastighet är $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{3}$ /h, Felicias hastighet är $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{6}$ /h och Lottas $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{4}$ /h.

a)

$$x \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow x \frac{2+1}{6} = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ h}$$

b)

$$y \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow y \frac{4+3+2}{12} = 1 \Rightarrow y = \frac{12}{9} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$$