

Valda uppgifter i kursboken Matematik M3c av Sjunnesson med flera utgiven på Liber, (2012).

Kapitel 1 .....	1
Test 1 .....	3
Blandade uppgifter i kapitel 1 .....	5

## Kapitel 1

1214.

$$\sphericalangle B + \sphericalangle C = 90^\circ \Rightarrow A \sphericalangle = 90^\circ, \sin B = \frac{AC}{h}, \cos C = \frac{AC}{h} \text{ VSV}$$

Där  $h$  är triangelns hypotenusan,  $h = BC$ .

1215. Den minsta vinkel är motstående den kortaste sidan dvs

$$\tan v = \frac{8}{\text{den längsta kateten}} = \frac{1}{2.4} \Rightarrow \text{den längsta kateten} = 19.2 \text{ cm}$$

Pythagoras sats ger att hypotenusan är:

$$h = \sqrt{8^2 + 19.2^2} = 20.8 \text{ cm}$$

1216. Kalla kateterna  $k_1$  och  $k_2$  och hypotenusan  $h$ . Detta ger:

$$\sin v = \frac{k_1}{h} \text{ och } \cos v = \frac{k_2}{h} \Rightarrow \frac{\sin v}{\cos v} = \frac{\frac{k_1}{h}}{\frac{k_2}{h}} = \frac{k_1}{k_2} = \tan v \text{ VSV}$$

1217. Dela upp pentagonen i fem likbenta trianglar.

Toppvinkeln i dessa trianglar är  $\frac{360}{5} = 72^\circ$ .

Detta medför att de andra vinklarna i trianglarna blir  $\frac{180-72}{2} = 54^\circ$ .

Höjden i de fem trianglarna fås som  $\tan 54^\circ = \frac{h}{3.5} \Rightarrow h \approx 4.8 \text{ cm}$ . Den totala arean blir:

$$A = 10 \cdot \frac{4.8 \cdot 3.5}{2} \approx 84 \text{ cm}^2$$

1227.

a)

$$h = \sqrt{3.5^2 + 7^2} \approx 7.8 \text{ cm}$$

sidorna är 7, 3.5 och 7.8 cm

b) Arean är  $A = \frac{3.5 \cdot 7}{2} = 12.25 \text{ cm}^2$

1228. Båda har rätt enligt:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1229.

Kalla den längsta sidans längd  $a$ . Då blir den kortaste sidan  $\frac{a}{2}$ . Pythagoras sats ger oss den

andra katetens längd som  $\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Omkrets = 6  $\Rightarrow a + \frac{a}{2} + a \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \Rightarrow a = \frac{6 \cdot 2}{3 + \sqrt{3}}$

Den kortaste sidan är  $\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \frac{6 \cdot 2}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = (3 - \sqrt{3})$  cm

1316. a)  $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin(-30^\circ) = -\sin(30^\circ) = -0.5$

b)  $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos(30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\tan 210^\circ = \frac{\sin 210^\circ}{\cos 210^\circ} = -\frac{1}{2} \left( -\frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

1425. Vinklarna blir  $26^\circ$ ,  $43^\circ$  och  $111^\circ$ . Sinussatsen ger  $\frac{\sin 43^\circ}{AC} = \frac{\sin 111^\circ}{16} \Rightarrow AC = 16 \frac{\sin 43^\circ}{\sin 111^\circ}$

Areasatsen ger  $\frac{16 \cdot h}{2} = \frac{16 \cdot \sin 26^\circ}{2} \cdot 16 \frac{\sin 43^\circ}{\sin 111^\circ} \Rightarrow h = 16 \frac{\sin 43^\circ \cdot \sin 26^\circ}{\sin 111^\circ} \approx 5.1$  cm

1426. a) Om  $AB \neq AC$  fås två värden.

b) Om  $AB = AC$  fås ett värde, vinklarna  $B$  och  $C$  är lika stora.

1427. Låt  $A$  vara randvinkel. Då blir mittpunktsvinkeln stående mot sträckan  $a$  enligt randvinkelsatsen =  $2A$ .

$$\sin A = \frac{a/2}{R} \Rightarrow \frac{\sin A}{a} = \frac{1}{2R} \text{ VSV}$$

1440. 5, 12, 13 är en rätvinklig triangel. De andra två vinklarna är  $\alpha = \arcsin \frac{5}{13} \approx 23^\circ$  och  $\beta = \arcsin \frac{12}{13} \approx 67^\circ$ .

## Test 1

1. a)  $\sin v = \frac{8}{16} = 0.5$

b)  $v = 30^\circ$

2. Areasatsen ger direkt  $A = \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$

3. a)  $x^2 + y^2 = 16$

b)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

c)  $(x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 64$

4. a)  $\sin v = \frac{4}{5} = 0.8$

b)  $\cos v = \frac{3}{5} = 0.6$

c)  $\sin(180 - v) = \frac{4}{5} = 0.8$

d)  $\cos(-v) = \cos v = 0.6$

e)  $\tan v = \frac{4}{3} \approx 1.33$

f)  $\cos(180 - v) = -\cos v = -0.6$

5. a)  $\sin v = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v = 60^\circ$  eller  $v = 120^\circ$

b)  $\cos v = 0.5 \Rightarrow v = 60^\circ$  eller  $v = 300^\circ$

6. Areasatsen  $A = \frac{4\sqrt{2} \sin v}{2} = 2 \Rightarrow \sin v = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v = 45^\circ$

7. a)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

b)  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$

c)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$

8. Hypotenusan är  $h = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \Rightarrow \sin(180 - v) = \frac{3}{\sqrt{13}} = \sin v$

9. a) Vinkeln  $B = 97^\circ \Rightarrow \frac{\sin 97^\circ}{AC} = \frac{\sin 48^\circ}{8.2} \Rightarrow AC = 8.2 \frac{\sin 97^\circ}{\sin 48^\circ} \approx 11 \text{ cm}$

b) Areasatsen  $A = \frac{1}{2} 8.2 \sin 35^\circ 8.2 \frac{\sin 97^\circ}{\sin 48^\circ} \approx 26 \text{ cm}^2$

10.  $\sin 157^\circ \approx 0.39$ ,  $\cos 157^\circ \approx -0.92$ , rita en enhetscirkel så förstår du!

11.

$$\frac{\sin \alpha}{16} = \frac{\sin(152^\circ - \alpha)}{13} = \frac{\sin 28^\circ}{x} \Rightarrow 13 \sin \alpha = 16 \sin(152^\circ - \alpha)$$

$$13 \sin \alpha = 16 \sin 152^\circ \cos \alpha - 16 \cos 152^\circ \sin \alpha$$

$$(13 + 16 \cos 152^\circ) \sin \alpha = 16 \sin 152^\circ \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{16 \sin 152^\circ}{13 + 16 \cos 152^\circ} \Rightarrow \alpha = -81^\circ$$

Då en negativ vinkel i en triangel inte är något att ha, tar vi:

$$\alpha = 81^\circ \Rightarrow x = 16 \cdot \frac{\sin 28^\circ}{\sin 81^\circ} \approx 7.6 \text{ cm}$$

12. a)  $\sphericalangle C = 180 - 72 - 54 = 54^\circ = \sphericalangle A \Rightarrow$  triangeln är likbent  $\Rightarrow AB = BC = 12 \text{ cm}$

b) Sinussatsen ger  $\frac{AC}{\sin 72^\circ} = \frac{12}{\sin 54^\circ} \Rightarrow AC = \frac{12 \cdot \sin 72^\circ}{\sin 54^\circ} \approx 14 \text{ m}$

$$\frac{\sin 54^\circ}{CD} = \frac{\sin \alpha}{14.1} = \frac{\sin(126^\circ - \alpha)}{6} \Rightarrow 6 \sin \alpha = 14 \sin(126^\circ - \alpha) \Rightarrow$$

$$6 \sin \alpha = 14 \sin 126^\circ \cos \alpha - 14 \cos 126^\circ \sin \alpha \Rightarrow$$

$$(6 + 14 \cos 126^\circ) \sin \alpha = 14 \sin 126^\circ \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{14 \sin 126^\circ}{(6 + 14 \cos 126^\circ)} \Rightarrow$$

$$\alpha \approx -79^\circ \Rightarrow CD = 14.1 \frac{\sin 54^\circ}{\sin 79^\circ} \approx 11.6 \text{ m}$$

13.

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

14. a) Cosinussatsen ger:

$$29^2 = 15^2 + 21^2 - 2 \cdot 15 \cdot 21 \cos A \Rightarrow A \approx 106.1^\circ$$

$$21^2 = 15^2 + 29^2 - 2 \cdot 15 \cdot 29 \cos B \Rightarrow B \approx 44.1^\circ \Rightarrow C = 29.8^\circ$$

b)

$$A = \frac{15 \cdot 21 \sin 106.1^\circ}{2} \approx 151 \text{ m}^2$$

15. Sinussatsen ger t.ex.:

$$\frac{\sin 35^\circ}{3.4} = \frac{\sin B}{5.5} \Rightarrow B = 68^\circ \Rightarrow C = 77^\circ$$

$$\frac{\sin 77^\circ}{AB} = \frac{\sin 35^\circ}{3.4} \Rightarrow AB = 5.8 \text{ cm}$$

16.

$$8 = x^2 - 8x + y^2 + 10y = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 10y + 25 - 16 - 25$$

$$49 = (x - 4)^2 + (y + 5)^2$$

Radie 7 medelpunkt (4, -5).

17. Areassatsen ger:

$$A = \frac{x(25 - x) \sin 42^\circ}{2} = 45.8 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ} = 25x - x^2 \Rightarrow x^2 - 25x + \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ} = 0 \Rightarrow$$

$$x = 12.5 \pm \sqrt{(12.5)^2 - \frac{2 \cdot 45.8}{\sin 42^\circ}} \approx 12.5 \pm 4.4 = \begin{cases} 16.9 \\ 8.1 \end{cases}$$

Cosinussatsen ger:

$$BC^2 = 16.9^2 + 8.1^2 - 2 \cdot 16.9 \cdot 8.1 \cdot \cos 42^\circ \Rightarrow BC \approx 12.2 \text{ cm}$$

## Blandade uppgifter i kapitel 1

26.

$$x^2 + (3x + 3)^2 = 25^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 625 \Rightarrow 10x^2 + 18x - 616 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 + 1.8x - 61.6 = 0 \Rightarrow x = -0.9 \pm \sqrt{0.81 + 61.6} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -8.8 \end{cases}$$

$$\sin v = \frac{7}{25} \Rightarrow v = 16.3^\circ$$

27. a) Kalla fyrens höjs för  $h$ .

$$\tan 3.5^\circ = \frac{h}{AC} \text{ och } \tan 5.6^\circ = \frac{h}{BC} \text{ och } AC - BC = 530 \text{ m}$$

$$BC \tan 5.6^\circ = AC \tan 3.5^\circ = (BC + 530) \tan 3.5^\circ \Rightarrow$$

$$BC = \frac{530 \tan 3.5^\circ}{\tan 5.6^\circ - \tan 3.5^\circ} \approx 880 \text{ m}$$

b)

$$h = BC \tan 5.6^\circ \approx 86 \text{ m}$$