Valda uppgifter i kursboken Matematik M2c av Sjunnesson med flera utgiven på Liber, (2011).

Kapitel 2

2108. $x + (180 - y) = 120 \Rightarrow x = y - 60$

2109.

$$2x = 180° - 70° \Rightarrow x = y = 55° \text{ eller } v = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$$

2110. a)

$$x + 2x + (180 - 120) = 180 \Rightarrow x = 40°$$

b)

$$x + (180 - 100) + (180 - 110) = 180 \Rightarrow x = 30°$$

2111 a) $3x + 75 = 180° \Rightarrow x = 35° \Rightarrow y = 145°$

b) $3x + 70 - x = 180 \Rightarrow x = 55° \Rightarrow y = 165°$

2112.

$$\begin{cases} \measuredangle B = 2 \cdot \measuredangle A \\ 180 - \measuredangle C = \measuredangle A + 84° \\ \measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C = 180° \end{cases} \Rightarrow \measuredangle A + 2 \cdot \measuredangle A + 96° - \measuredangle A = 180° \Rightarrow \begin{cases} \measuredangle A = 42° \\ \measuredangle B = 84° \\ \measuredangle C = 54° \end{cases}$$

2113. $x = 90 - 47 = 53°$

2114. $2 \cdot \measuredangle GFE + 2 \cdot \measuredangle FGE = 180° \Rightarrow \measuredangle GFE + \measuredangle FGE = 90° \Rightarrow \measuredangle FEG = 90°$

2115. Man kan uttrycka summan av triangelns vinklar som:

$$(180 - a) + (180 - b) + (180 - c) = 180$$

$$180 - a + 180 - b + 180 - c = 180$$

$$360 = a + b + c$$

2116.

Detta ger en likbent triangel ABC, 20°, 80°, 80°

Triangeln ACD är likbent, 80°, 50°, 50°

Använd den ledtråd som finns i facit.

Då blir även triangeln *AFE* är likbent, 100°, 40°, 40°

AC=*AF* ger att *AD*=*AF* och *ADF* är liksidig.

Då $\measuredangle AFE = 100°$ och ΔAFE är likbent dvs *AF*=*EF*=*DF*.

ΔFDE är likbent 40°, 70°, 70° så fås $\measuredangle DEA = 30°$

2211. Den andra kateten är $\sqrt{87.5^2 - 84.4^2} \approx 23.1$ cm
Kalla kvadratens sida *x*. Då gäller:

$$\frac{84.4}{23.1} = \frac{84.4 - x}{x} \Rightarrow 84.4x = 23.1(84.4 - x) \Rightarrow x = \frac{23.1 \cdot 84.4}{84.4 + 23.1} \approx 18.1 \text{ cm}$$

2220.

$$\frac{b \cdot 10}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot 10}{3} = 2 \cdot \frac{(\pi(xr)^2)x \cdot 10}{3} \Leftrightarrow 1 = 2 \cdot x^3 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0.79 \text{ dvs } 7.9 \text{ cm}$$

2221. a) $2:1$

b) $\sqrt{5}:1$

c) $a:1$

2222. a) Längdskalan är $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$

b) $40 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^3 \approx 110$ cm³

2223. $1:2:5 \Rightarrow \frac{l_1^3}{l_2^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow l_1^3 = \frac{l_2^3}{2} \Rightarrow l_1 = \sqrt[3]{\frac{l_2^3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{25^3}{2}} \approx 20$ cm

$1:2:5 \Rightarrow \frac{l_3^3}{l_2^3} = \frac{5}{2} \Rightarrow l_3^3 = l_2^3 \frac{5}{2} \Rightarrow l_3 = \sqrt[3]{\frac{5}{2} l_2^3} = \sqrt[3]{\frac{5}{2} 25^3} \approx 34$ cm

2224. $(3x)^2 = x^2 + 56 \Rightarrow x^2 = \frac{56}{8} \Rightarrow 9x^2 = 63$ cm²

2225. a) $(3x)^3 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

$$\left(2.7 \cdot 0.9 \frac{1}{3}\right)^3 = 0.53 \text{ dm}^3$$

b) $\left(3 \cdot 0.9^{(n-1)} \frac{1}{3}\right)^3 > 0.001 \Leftrightarrow 0.9^{(n-1)} > 0.1 \Rightarrow n > 1 + \frac{\lg 0.1}{\lg 0.9}$
22 dockor

2235.

$$\frac{15+x}{30}=\frac{x}{12}\Rightarrow 12(15+x)=30x\Rightarrow x=10$$

Den blå arean kan man hitta genom att söka de två vertikala kateterna:
Den korta: $\sqrt{12^2-10^2}\approx 6.6$. Den långa $\sqrt{30^2-25^2}\approx 16.6$.

$$A_{blå}=\frac{\sqrt{30^2-25^2}\cdot 25}{2}-\frac{\sqrt{12^2-10^2}\cdot 10}{2}\approx 174\text{ cm}^2$$

2236. Hela höjden $h=20$ om $\frac{3}{5}h=12\Rightarrow BC=\sqrt{9.4^2+20^2}\approx 22$ cm

2237. $\frac{y-x}{a}=\frac{y}{b}\Rightarrow b(y-x)=ay\Rightarrow by-ay=xb\Rightarrow y=x\frac{b}{b-a}$

2244. Se uppgift 2246. $x=20°$ och $y=110°$

2245. Enligt randvinkelsatsen är $2x+2v=180°\Rightarrow x+v=90°\Rightarrow v=90-x$

2246. Konstruera 4 likbenta trianglar med toppvinkeln i cirkelns mittpunkt. Kalla vinklarna i mittpunkten α,β,γ och δ. Då gäller för två motstående vinklar i fyrhörningen:

$$\frac{180-\alpha}{2}+\frac{180-\beta}{2}+\frac{180-\gamma}{2}+\frac{180-\delta}{2}=4\frac{180}{2}-\frac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{2}=$$

$$=360-\frac{360}{2}=180°$$

2247. a) $180-y+2x=180\Rightarrow y=2x$

b) Kalla de spetsiga vinklarna i den streckade triangeln för a. Då gäller:

$$180-2\alpha-y+2(x+\alpha)=180\Rightarrow y=2x$$

2461. $y(x)=ax^2+bx+c,\ y(-2)=20, y(1)=20, y(3)=0$

$$\begin{cases}4a-2b+c=20\\ a+b+c=20\\ 9a+3b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}6a+3c=60\\ a+b+c=20\\ 6a-2c=-60\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5c=120\\ a+b+c=20\\ 6a=2c-60\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=24\\ b=-2\\ a=-2\end{cases}$$

2254. a) Enligt kordasatsen gäller $a\cdot b=c\cdot d\Rightarrow x\cdot x=h(2R-h)$

b) $\left(\frac{s}{2}\right)^2=h2R\Rightarrow h=\frac{s^2}{8R}=\frac{128^2}{8\cdot 6370}\approx 320$ m

2255. Den stora triangeln är likbent och om man upptäcker att $a+b=27$ ger bisektrissatsen:

$$\frac{27}{b}=\frac{16}{a}=\frac{16}{27-b}\Rightarrow 27(27-b)=16b\Rightarrow b=\frac{27^2}{43}\approx 17\Rightarrow a\approx 10$$

2308.

Mittpunkten $M = \left(\frac{4+2a}{2}, \frac{8+4}{2}\right) = (2 + a, 6)$.
Avståndet till C i kvadrat: $196 = (2 + a - 6)^2 + (6 - a)^2 \Rightarrow$

$$196 = (a - 4)^2 + (6 - a)^2 = (a^2 - 8a + 16) + (36 - 12a + a^2)$$

$$196 = 2a^2 - 20a + 52 \Rightarrow a^2 - 10a - 72 = 0$$

$a = 5 \pm \sqrt{25 + 72} = 5 \pm \sqrt{97} \approx \begin{cases} 14.8 \\ -4.85 \end{cases}$ med 3 värdesiffror.

2325. För att skall $y(5)$ få sitt största värde måste $k = 3$.
Dvs $y(2) = 3 = 3 \cdot 2 + m \Rightarrow m = -3$ och $y(5) = 3 \cdot 5 - 3 = 12$

2326. $y_1 = y_2$ då $a = 0.2ax \Rightarrow x = 5, A_{\Delta} = \frac{5a}{2} = 10 \Rightarrow a = 4$

2335.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{a - (-3)} = \frac{-3}{a + 3}$$

Vi har punkterna $(-3,5)$ och $(7,0)$. Detta ger två ekvationer:

$$\begin{cases} 5 = \dfrac{-3}{a + 3}(-3) + m \\ 0 = \dfrac{-3}{a + 3}7 + m \end{cases} \{\text{övre minus undre}\} \Rightarrow 5 = \frac{9 + 21}{a + 3} \Rightarrow a = 3 \;\Rightarrow\; m = 14$$

2336.

$$y = kx + m \Rightarrow -39 = -2.5 \cdot (-14) + m \Rightarrow m = -74$$

$$a = -2.5 \cdot 2 - 74 \Rightarrow a = -79$$

2337.

Punkterna linjen går genom är $(5, 7.5)$och $(12, 13.1)$. Vi får direkt:

$$k = \frac{13.1 - 7.5}{12 - 5} = 0.8 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \text{ dvs 1 liter väger 0.8 kg.}$$

$$7.5 = 5 \cdot 0.8 + m \Rightarrow m = 3.5 \text{ kg}$$

2351.

$$B = (3a, 0) \text{ och } A = (0, a)$$
$$y = kx + m = \frac{0 - a}{3a - 0}x + a = -\frac{1}{3}x + a$$

$$3 = -\frac{1}{3} \cdot 2 + a \Rightarrow a = \frac{11}{3}$$

2352. De två linjerna kan skrivas:

$$\begin{cases} y_1 = 1 - x \\ y_2 = \dfrac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2 \text{ då } 1 - x = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Arean är $A = \left(1 - \frac{2}{3}\right)\frac{1}{2}\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ae

2353. a) $0.5x + 6 = x + 1 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow A_{\Delta} = 0.5 \cdot 5 \cdot 10 = 25$ ae
b)

$$kx + 6 = x + 1 \Rightarrow x = \frac{5}{1-k} \Rightarrow A_{\Delta} = 0.5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{1-k} = \frac{12.5}{1-k} \text{ ae}$$

k måste vara mindre är 1, annars skär inte linjerna varandra i första kvadranten. Ju närmare *k* kommer 1, desto större blir triangelns area.

2363.

$$k_1 = \frac{0-4}{6-(-2)} = -\frac{1}{2}, k_2 = \frac{8-(-4)}{5-(-1)} = 2 \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = -1 \text{ VSV}$$

2364. $y_1 = x + 3,\ y_2 = -x + 4$

2365.

$$k_L = \frac{b}{a}, k_M = \frac{-a}{b} \Rightarrow\ k_L \cdot k_M = \frac{b}{a} \cdot \frac{-a}{b} = -1 \text{ VSV}$$

2378.

$$2y + ax - b = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{2}x + \frac{b}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = 80 \\ a = 12 \end{cases}$$

2379.

$$\begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{b}(-ax + c) \\ y_2 = \dfrac{1}{a}(bx + d) \end{cases} \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = \frac{-a}{b} \cdot \frac{b}{a} = -1 \text{ VSV}$$

2407. a)

$$\begin{cases} y = 4x \\ 5x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5x - 8x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ 6x - 3y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow -3y + 3y - 3 - 12 = -15 = 0$$

Saknar lösning!

2407. a) klockan 13:00 b) 360 km c) klockan 8:30 d) 90 km

2409. a)

$$k = \frac{5-(-1)}{2-(-4)} = 1, y = x + m, m = 3, y = x + 3$$

b)

$$y = \frac{x}{2} + m, 5 = \frac{2}{2} + m, m = 4, y = \frac{x}{2} + 4$$

2417.

$$\begin{cases} 3x + ay = 5 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 + ay = 5 \\ 6 - 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ay = -4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 4$$

2418.

$$\begin{cases} x + ay = 5 \\ 3x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ay = 5 \\ -3ay = 2y - 15 \end{cases} \Rightarrow y(2 + 3a) = 15$$

saknar lösning då $a = -\frac{2}{3}$

2419.

$$\begin{cases} x + 2y = 23 \\ xy = 65 \end{cases} \Rightarrow \frac{65}{y} + 2y = 23 \Rightarrow 65 + 2y^2 = 23y \Rightarrow y^2 - \frac{23}{2}y + \frac{65}{2} = 0$$

$$y = \frac{23}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{23}{4}\right)^2 - \frac{65}{2}} = \frac{23}{4} \pm \sqrt{\frac{529}{16} - \frac{8 \cdot 65}{8 \cdot 2}} = \frac{23}{4} \pm \frac{3}{4} = \begin{cases} y_1 = 6.5 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 13 \end{cases}$$

2431.

$$(x-2)(x-5) = x^2 - 7x + 10 = 0 \text{ dvs } \begin{cases} \frac{4}{a} = -7 \\ \frac{b}{a} = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{7} \\ b = -\frac{40}{7} \end{cases}$$

2432.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 7 \\ \frac{2y}{3} + \frac{x}{4} + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 42 \\ 3x + 8y = -12 \end{cases} \Rightarrow 8y + 4.5y = -12 - 1.5 \cdot 42 \Rightarrow$$

$$12.5y = -75 \Rightarrow \begin{cases} y = -6 \\ x = 12 \end{cases}$$

2438. a)

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x - 3 \end{cases} \Rightarrow 0 = x + 4 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -7 \end{cases}$$

b) $-6 < k < 2$

c) $k < -6$

2439.

$$\begin{cases} y = a^2x + a \\ y = 15x - 2ax + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = a^2x + a \\ y = x(15 - 2a) + 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$a^2 = 15 - 2a \Rightarrow a^2 + 2a - 15 = 0 \Rightarrow a = -1 \pm \sqrt{1 + 15} = -1 \pm 4$$

$x = 3$ ger sammanfallande linjer, $x = -5$ ger parallella linjer.

2452.

$$\begin{cases} 3800 = k6 + m \\ 3750 = 1.2k5 + 0.9m \end{cases} \Rightarrow 3750 - 0.9 \cdot 3800 = 1.2k5 - 0.9k6 \Rightarrow$$

$$330 = 0.6k \Rightarrow \begin{cases} k = 550 \text{ kr/h} \\ m = 500 \text{ fast} \end{cases}$$

2453.

$$\begin{cases} 2a + 2b = 398 \\ ab = 9660 \end{cases} \Rightarrow a + \frac{9660}{a} = 199 \Rightarrow a^2 - 199a + 9660 = 0$$

$$a = 99.5 \pm \sqrt{99.5^2 - 9660} = 99.5 \pm 15.5 = \begin{cases} 115 \text{ m} \\ 84 \text{ m} \end{cases}$$

2454.

$$\begin{cases} 0 = C \\ 8 = 4A + 2B + C \\ 36 = 9A + 3B + C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = C \\ 8 = 4A + 2B + C \\ 36 = 9A + 3B + C \end{cases} \Rightarrow 36 - \frac{9}{4}8 = 3B - \frac{9}{4}2B$$

$$18 = 3B - 4.5B \Rightarrow B = -12 \Rightarrow A = 8$$

2455.

$$\begin{cases} \tan 22.8 = \dfrac{x}{y + 100} \\ \tan 28.6 = \dfrac{x}{y} \end{cases} \Rightarrow y \tan 28.6 = (y + 100)\tan 22.8 \Rightarrow$$

$$y(\tan 28.6 - \tan 22.8) = 100\tan 22.8 \Rightarrow y \approx 337 \text{ m}, x \approx 184 \text{ m}$$

2461.

$$\begin{cases} 20 = 4a - 2b + c \\ 20 = a + b + c \\ 0 = 9a + 3b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 - 4 \cdot 20 = -2b - 4b + c - 4c \\ -9 \cdot 20 = 3b - 9b + c - 9c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60 = 6b + 3c \\ -180 = -6b - 8c \end{cases} \Rightarrow -120 = -5c \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \\ c = 24 \end{cases}$$

2462. Ur figuren kan följande samband direkt skrivas upp:

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x + z = 73 \\ y + z = 67 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z - y = 37 \\ z + y = 67 \end{cases} \Rightarrow 2z = 104 \Rightarrow \begin{cases} x = 21 \text{ cm} \\ y = 15 \text{ cm} \\ z = 52 \text{ cm} \end{cases}$$

Test i kapitel 2

1. $v = 180 - (180 - 119) - (180 - 106) = 180 - 61 - 74 = 45°$

2. a) Längdskalan $= \sqrt{\text{areaskalan}} = 3:1$

b) Volymskalan $=$ Längdskalan$^3 = 27:1$

4. $y_a = 2 + \frac{2x}{3}, y_b = -\frac{x}{2}, x_c = -3,\ y_d = -2x\ , y_e = 4 + \frac{x}{2}, y_f = 2$

5. $k = -2 \Rightarrow y = 3 - 2x$

6.

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 + \frac{x}{2}$$

7. 4 steg åt vänster betyder 8 steg upp dvs $y = -2x + 11$

8.

$$k = \frac{11 - (-1)}{4 - 8} = -3$$

9.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ x + 3y = 21 \end{cases} \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$$

10. Mittpunktsvinkeln $= 180°\ \Rightarrow$ randvinklen $C = 90°$

11. a) $6 \cdot 0 - 3 \cdot 4 - 12 = -24 \neq 0$ nej.

b) $6 \cdot 2 - 3 \cdot 0 - 12 = 0$, ja.

c) $6 \cdot 10 - 3 \cdot 15 - 12 = 3 \neq 0$, nej

12. Enligt kordasatsen är $3 \cdot 10 = a \cdot 12 \Rightarrow 2.5$ cm

13. Enligt randvinkelsatsen är $A = 70°, B$ fås som $B = \frac{180-140}{2} + 30 = 50°$, vilket ger $C = 60\ °$.

14. Alla triangelns sidor är $2s$.
Höjden mot den horisontella sidan blir med hjälp av Pythagoras

$$h^2 = 4s^2 - s^2 = 3s^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}s$$

Hela triangelns area fås som:

$$A = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = s\sqrt{3}s = \sqrt{3}s^2 \text{ a.e.}$$

15. a) är riktig, b) är riktig, c) är riktig.

16. $10x + 2y - 15 = 0 \Leftrightarrow y = -5x + 7.5$ dvs $k = -5$, från$(-9, 2)$ till $x -$ axeln är 9 steg till höger och alltså 45 steg ned dvs $y = -5x - 43, y = 0 \Rightarrow x = -8.6$.

17.

$$\frac{19.5}{13} = \frac{x}{5} = \frac{y}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = 7.5 \text{ m} \\ y = 18 \text{ m} \end{cases}$$

18. a) $\frac{8}{4} = \frac{14}{x} \Rightarrow x = 7$ cm

b) $\frac{10}{5} = \frac{10+x}{7} \Rightarrow x = 4$ cm

19. Bisektrissatsen ger: $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AD = BD\frac{AC}{BC} = 40 \cdot \frac{1}{2.5}\frac{1.5BC}{BC} = 24$ cm

20. a) $k = \frac{7466-7698}{2007-1981} = -8.9\frac{\text{s}}{\text{år}} \Rightarrow y = -8.9x + 7698$ s

b) *a* betyder hur många sekunder rekordet faller varje år, *b* är värdet 1981.

c) $7200 = -8.9x + 7698 \Rightarrow x \approx 56$ dvs år 2037

21. a) om längdskalan är 1:20 så är areaskalan 1:400 $\Rightarrow 2 \text{ m}^2 \frac{1}{400} = 0.5 \text{ dm}^2 = 50 \text{ cm}^2$

b) Volymskalan är $1{:}\,20^3 = 1{:}\,8000$ dvs $12 \text{ dm}^3 \cdot 8000 = 96 \text{ m}^3$

22. a)

$$\begin{cases} 5s + 3t = 10 \\ 2s - t = 15 \end{cases} \Rightarrow 5s + 6s = 55 \Rightarrow \begin{cases} s = 5 \\ t = -5 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 7s - 2t = 15 \\ 3s - t = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 7 \\ t = 17 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 7x + 8y = 53 \\ 5x + 9y = 51 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \cdot 7x + 5 \cdot 8y = 5 \cdot 53 \\ 7 \cdot 5x + 7 \cdot 9y = 7 \cdot 51 \end{cases} \Rightarrow 23y = 7 \cdot 51 - 5 \cdot 53 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}$$

23. Pythagoras ger direkt:

$$(PT)^2 + r^2 = (PR + r)^2 \Rightarrow 144 + r^2 = 64 + 16r + r^2 \Rightarrow 144 = 64 + 16r \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

24. a) och b)

$$\begin{cases} 5.3 = fl + 4x \\ 14.9 = fl + 12x \end{cases} \Rightarrow 9.6 = 8x \Rightarrow \begin{cases} x = 1.2 \text{ kg} \\ fl = 0.5 \text{ kg} \end{cases}$$

c) $25 \cdot 1.2 + fl_2 = 31.5 \Rightarrow 1.5$ kg

27.

$$\begin{cases} 2y - 4x = 1 \\ 6x + 4 + ay = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 4x + 1 \\ ay = -6x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 0.5 \\ y = -\frac{6}{a}x - \frac{4}{a} \end{cases}$$

$$-\frac{6}{a} = 2 \Rightarrow a = -3$$

28.

30. Kalla rektangelns sidor för $a + b$ och $c + d$, detta ger:

$$\begin{cases} 210^2 = a^2 + d^2 \\ 110^2 = b^2 + d^2 \\ 180^2 = a^2 + c^2 \\ x^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 210^2 - 110^2 = a^2 - b^2 \\ 180^2 - x^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Rightarrow x = 20$$

Blandade uppgifter i kapitel 2

1. a) $CAD = 20°$

b) $CAB = 20° + 22° = 42°$

c) $BDA = 180° - 80° - 22° = 78°$

d) $ACB = 180° - 80° - 22° - 20° = 58°$

e) $CDA = 180° - 20° - ACB = 160° - 58° = 102°$

f) $ADC = CDA = 102°$

2. $x = 180 - 2 \cdot 32 = 116° \Rightarrow y = 58°$

3. Nej, $\frac{45}{30} = 1.5 \neq \frac{35}{25} = \frac{7}{5}$

4. Enligt randvinkelsatsen är vinkeln $C = 90° \Rightarrow A = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32 \text{ cm}^2$

5. $90 + x + x - 20° = 180 \Rightarrow x = 55°$ och $y = 35°$ eller 90°, 70° och 20°

6. I den stora triangeln är den andra kateten= $\sqrt{45^2 - 35^2} \approx 28.3$ m

$$\frac{18}{45} = \frac{x}{\sqrt{45^2 - 35^2}} \Rightarrow x \approx 11.3 \ \approx 11 \text{ m}$$

7. $y_a = 2 + \frac{2}{3}x, y_b = -\frac{x}{2}, y_c = -3 + 2x$

8. Använd randvinkelsatsen två gånger. 45°, 65° och 70°.

9. a) Linjen A skär y-axeln i $y = 200$ och $k = \frac{800-200}{20-0} = 30 \Rightarrow A(x) = 30x + 200$ kr

b) $B(x) = 20x + 400$ kr

c) $A(x) < B(x)$ då $x < 20$

10. $\begin{cases} a + b = 147 \\ a - b = 21 \end{cases} \Rightarrow 2a = 168 \Rightarrow \begin{cases} a = 84 \\ b = 63 \end{cases}$

11. a) $k = \frac{-5-(-5)}{3-(-2)} = 0 \Rightarrow y = -5$

b) $k = \frac{1-7}{4-4}$ dvs k odefinierad $\Rightarrow x = 4$

12. a) $5 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 2 = 0$ OK!

b) $5 \cdot 18 - 4 \cdot 23 + 2 = 0$ OK!

c) $5 \cdot (-2) - 4 \cdot (-3) + 2 = 4$ Nej!

13. a) Då båda koordinaterna är negativa ligger punken i tredje kvadranten.

b) $y = 2.5x$ och $y = -0.4x + 4.5, k_1 \cdot k_2 = -0.4 \cdot 2.5 = 1$, ja de är vinkelräta.

c) $k = \frac{-7}{-5} = 1.4$, korrekt.

d) Ja, den ena är parallell med x-axeln, den andra med y-axeln.

14. a) $\begin{cases} 3s - 5t = 23 \\ 5s - 5t = 35 \end{cases} \Rightarrow 2s = 12 \Rightarrow \begin{cases} s = 6 \\ t = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} (0.8s - 0.5t + 1.5 = 0) \cdot 30 \\ (0.3s + 0.9t - 2.7 = 0) \cdot 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24s - 15t = -45 \\ 24s + 72t = 216 \end{cases} \Rightarrow 87t = 261 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ s = 0 \end{cases}$

15. a) $(0, 5)\ och\ (2, 0) \Rightarrow k = \frac{5-0}{0-2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x + 5$

b) $k = 0 \Rightarrow y = 5$

c) $x = 0, y$ −axeln själv!

d) $x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} + 5$

16. a) Om längdskalan är 1:100 är areaskalan 1:10 000 dvs 4 $\text{cm}^2 = 40\,000\ \text{cm}^2 = 4\ \text{m}^2$

b) Verklig area = $A\,x^2$ cm^2

17.

$$\frac{7.8}{3.0}=\frac{7.8+EC}{3.0+2.0}\Rightarrow EC=\frac{7.8\cdot 5.0}{3.0}-7.8=5.2\text{ l. e.}$$

$$\frac{EC}{2.0}=\frac{7.8}{3.0}\Rightarrow EC=\frac{7.8\cdot 2.0}{3.0}=5.2\text{ l. e.}$$

18. Beräkna avståndet mellan triangelns hörn:

$$\sqrt{(4-16)^2+(3-8)^2}=13\text{ l. e.},$$

$$\sqrt{(4-9)^2+\big(3-(-9)\big)^2}=13\text{ l. e.}$$

$$\text{och }\sqrt{(16-9)^2+\big(8-(-9)\big)^2}\approx 18.4\text{ l. e.}$$

Ja, triangeln är likbent då två sidor är lika långa.

19.

$$\frac{9.6}{DE}=\frac{9.6+4.8}{18}\Leftrightarrow DE=\frac{9.6\cdot 18}{9.6+4.8}=12\text{ cm}$$

20. a) $x-2y-10=0, \begin{cases} x=0\Rightarrow y=-5 \\ y=0\Rightarrow x=10 \end{cases}$ dvs i punkterna $(0,-5)$ och $(10,0)$

b) $3x+5y+15=0, \begin{cases} x=0\Rightarrow y=-3 \\ y=0\Rightarrow x=-5 \end{cases}$ dvs i punkterna $(0,-3)$ och $(-5,0)$

21.

$$\frac{x-3}{x}=\frac{4}{12}\Rightarrow 3(x-3)=x\Rightarrow x=4.5$$

23. a) Randvinkelsatsen ger direkt $2(x+13)=5x-40\Rightarrow x=22°$

b) $x=180-8y$ men $5y=90\Rightarrow x=180-$

24. $\begin{cases} a\cdot 7.9+b\cdot 4.9=30 \\ a+b=5 \end{cases}\Rightarrow a\cdot 7.9+(5-a)4.9=30\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{11}{6}\approx 1.8\text{ hg} \\ b=\frac{19}{6}\approx 3.2\text{ hg} \end{cases}$

25. $y=kx-2$ sätt in punkten $(x,y)=(3,0)\Rightarrow 0=3k-2\Rightarrow k=\frac{2}{3}$

26. Kalla faggans höjd $5x$, då gäller: $5x\cdot 8x=12\frac{2}{3}\Leftrightarrow x^2=\frac{38}{3\cdot 5\cdot 8}$ dvs flaggans längd är:

$$L=8x=8\sqrt{\frac{38}{3\cdot 5\cdot 8}}\approx 4.5\text{ m}$$

27. Triangeln är som störst då basen och höjden är lika stora. Om cirkelns radie $= r$ är $h = b = r\sqrt{2}$ vilket ger triangelns area $= \frac{r\sqrt{2}r\sqrt{2}}{2} = r^2 < \frac{\pi r^2}{3}$ VSV.

28. Hypotenusan blir $\sqrt{35^2 + 84^2} = 91$ cm

$$\frac{91 - x}{42} = \frac{84}{91} \Rightarrow 91(91 - x) = 84 \cdot 42 \Rightarrow x \approx 52 \text{ cm}$$

29.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y - z = 4 \\ x - z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ z = y - 4 \end{cases} \Rightarrow 3 - y - (y - 4) = 9 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 4 \\ z = -5 \end{cases}$$

30.
a)

$$y = \frac{70 - 46}{75} x + 46 = 0.32x + 46$$

b)

$$0.32x + 46 = 0.053x + 76 \Rightarrow x(0.32 - 0.053) = 76 - 46 \Rightarrow x = \frac{30}{0.267} \approx 112$$

dvs år 2012.

31.

$$\begin{cases} y_a = 0.8x - 6 \\ y_b = -0.4x + 10 \\ y_c = -0.16x - 4 \end{cases}$$

32.

$$\frac{y}{2x} = \frac{12}{3x} \Rightarrow y = 8 \text{ eller } \frac{y}{3x} = \frac{12}{2x} \Rightarrow y = 18$$

33. a) $(6^2 - 2^2), 2 \cdot 6 \cdot 2$ och $(6^2 + 2^2)$ dvs $32, 24$ och $40.$

b)

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 26 \\ 2nm = 10 \\ m^2 - n^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow 2m^2 = 50 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 1 \end{cases}$$

c)

$$(m^2 - n^2)^2 + (2nm)^2 = (m^2 + n^2)^2 \Rightarrow$$

$$m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4 \Rightarrow \text{VSV}$$

34. Kalla x-koordinaten för x_1. Då blir den sökta punkten $(x_1, 2x_1)$. Om dess avstånd till origo $= 24$ fås $x_1^2 + (2x_1)^2 = 24^2 \Rightarrow 5x_1^2 = 576 \Rightarrow x_1 = \sqrt{115.2} \approx 10.7$

35.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{70 - 50}{180 - 155} = \frac{20}{25} = 0.8$$

$$y - y_1 = k(x - x_1) \Rightarrow y - 50 = k(x - 155) \Rightarrow y = 0.8x - 74$$

$$y(5) = 0.8 \cdot 5 - 74 = -70$$

36.

$$\begin{cases} ax + 3y - 9 = 0 \\ 8x - 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = -ax + 9 \\ 2y = 8x - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{a}{3}x + 3 \\ y = 4x - 3 \end{cases} \Rightarrow -\frac{a}{3} = 4 \Rightarrow a = -12$$

37. $ax - y + a + 2 = 0 \Rightarrow y = ax + a + 2 \Rightarrow (0, a + 2)$ och $(-1, 2)$

38.

$$\begin{cases} px + y = p^2 \\ x + py = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -px + p^2 \\ y = -\frac{1}{p}x + \frac{1}{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{en lösning: } p \neq 1, p \neq -1 \\ \text{ingen lösning: } p = -1 \\ \text{oändligt antal: } p = 1 \end{cases}$$

39. $(a - 5)^2 + (-3 - 2a)^2 = 64 \Rightarrow a^2 - 10a + 25 + 9 + 12a + 4a^2 = 64 \Rightarrow$

$$5a^2 + 2a - 30 = 0 \Rightarrow a^2 + 0.4a - 6 = 0 \Rightarrow a = -0.2 \pm \sqrt{0.04 + 6} \Rightarrow$$

$$a = \begin{cases} 2.26 \\ -2.66 \end{cases}$$

40.

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ z + 8(y + z) - 9(x - z) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 25 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ -9x + 8y + 18z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6y + z = -50 \\ 17y + 18z = 225 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(17 + 18 \cdot 6)y = 225 + 50 \cdot 18 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 9 \\ z = 4 \end{cases}$$

41.

$$\begin{cases} 17000 = 5k + m \\ 16000 = 4 \cdot 1.25k + 0.8m \end{cases} \Rightarrow 0.2m = 1000 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2400x + 5000 \\ y_{ny} = 3000x + 4000 \end{cases}$$