

# Uppgifter med integraler

---

Alla dessa uppgifter är från nationella prov och bör därmed vara fria att publicera. Läget är dock inte alldeles klart. Uppgifterna finns publicerade på nätet. De förekommer i provbanken. De är finansierade med skattemedel och borde vara fria.

1. Integralen  $\int_1^2 x(x-3)dx$  har värdet  $-\frac{13}{6}$ .

Visa hur man kommer fram till detta resultat med hjälp av primitiv funktion.

(Nationellt prov, kurs D, vt 1997)

2. Beräkna med hjälp av primitiv funktion ett exakt värde på integralen  $\int_1^3 \frac{x^2}{3} dx$

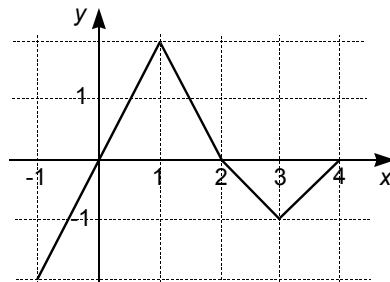
(Nationellt prov, kurs D, ht 1997)

3. Beräkna integralen  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$  med hjälp av primitiv funktion.

(Nationellt prov, kurs D, vt 1999)

4. Figuren visar grafen till funktionen  $y = f(x)$ . Beräkna värdet av integralen

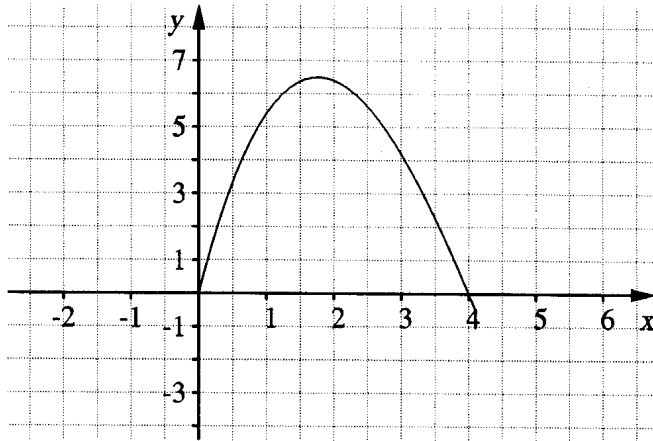
$$\int_0^3 f(x) dx$$



(Nationellt prov, kurs D, ht 1997)

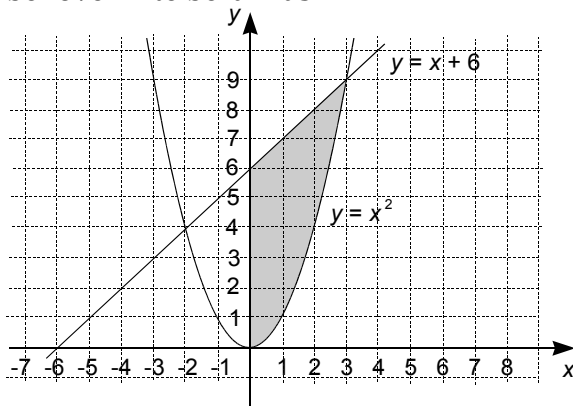
5. Figuren visar grafen till funktionen  $y = f(x)$ .  
Ett av följande alternativ 28, 24, 17, 12 och 6,3 anger värdet på integralen  $\int_0^4 f(x) dx$ .

- a) Ange vilket. (Endast svar erfordras)  
b) Motivera ditt val.



(Nationellt prov, kurs D, vt 1997)

6. Ställ upp ett uttryck för exakt beräkning av det skuggade områdets area. Arealen behöver inte beräknas.



(Nationellt prov, kurs D, ht 1997)

7. Teckna ett uttryck för arean av det område som begränsas av kurvan  $y = 4x - x^2$  och  $x$ -axeln samt beräkna arean.

(Nationellt prov, kurs D, vt 1997)

8. Teckna ett integraluttryck för arean av det område som begränsas av kurvorna  $y = 3x^2$  och  $y = 16 - x^2$  samt beräkna denna area.

(Nationellt prov, kurs D, vt 1999)

9. Låt  $g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$

- Tolka med figur vad  $g(3)$  kan betyda.
- Bestäm med hjälp av din räknare ett närmevärde till  $g(3)$ .  
*Endast svar fordras.*

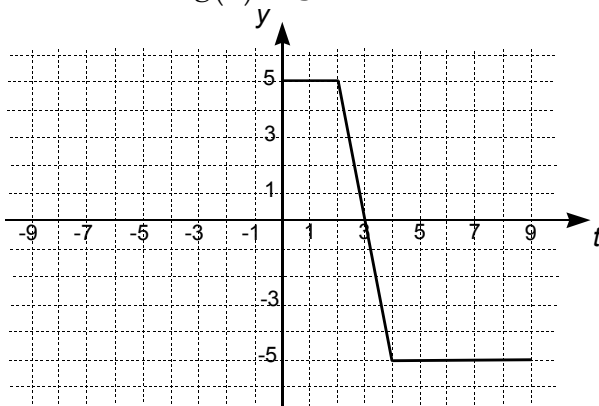
*(Nationellt prov, kurs D, vt 1999)*

10. Figuren visar grafen till funktionen  $y = f(t)$   $0 \leq t \leq 9$

Låt  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$  (se figur)

*Endast svar fordras på nedanstående fyra uppgifter.*

- Bestäm  $g(2)$ .
- Bestäm största värdet av  $g(x)$ .
- Har funktionen  $g(x)$  några nollställen i intervallet  $0 \leq x \leq 9$ ? I så fall vilket/vilka?
- För vilka  $x$  är  $g(x)$  negativ?



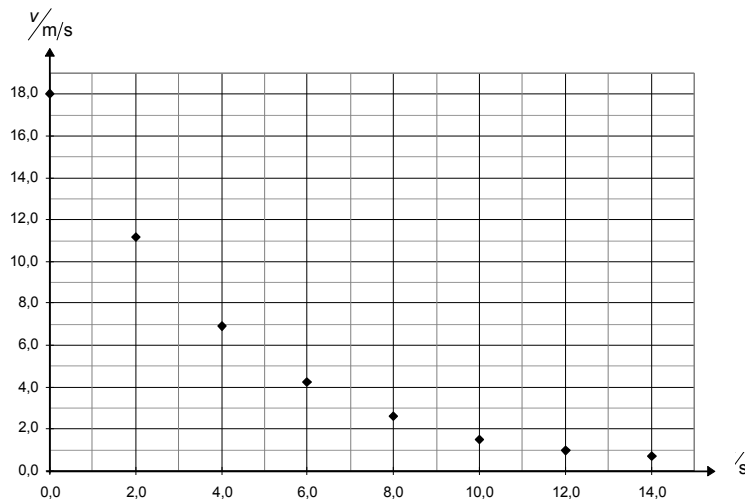
*(Nationellt prov, kurs D, ht 1997)*

11. Kurvorna  $y = \sqrt{2x+3}$  och  $y = x$  begränsar tillsammans med  $x$ -axeln ett område. Bestäm ett exakt värde på områdets area.

*(Nationellt prov, kurs D, vt 1997)*

12. Vid ett inbromsningsförsök med en bil mäts farten varannan sekund. Resultatet framgår av tabellen och diagrammet.

tid i sekunder	0	2	4	6	8	10	12	14
fart i m/s	18,0	11,14	6,89	4,26	2,64	1,47	1,01	0,70



- a) Använd diagrammet för att uppskatta hur långt bilen rört sig under de 10 första sekunderna.
- b)  $v(t) = 18 \cdot e^{-0,24t}$  ger en matematisk modell för bilens fart. Teckna med hjälp av modellen ett uttryck som beskriver hur långt bilen rört sig på de 10 första sekunderna. Beräkna därefter hur långt bilen rört sig under denna tid.

(Nationellt prov, kurs E, ht 1996)

13. Sommaren 1845 drabbades delar av Västeuropa av potatispest. För Irland var situationen allvarlig. Dels var landet överbefolkat – dels var mer än halva befolkningen helt beroende av potatis som livsmedel. Pesten återkom 1846 och 1847 och många irländare dog av svält och sjukdomar eller emigrerade till USA och Canada.

I efterhand framstår "den stora hungern" 1846 – 1848 som en viktig händelse i irländsk historia: emigrationen tog fart, och befolkningen minskade.

(Källa: Nationalencyklopedin)

Om  $y$  är antalet invånare på Irland,  $t$  år efter 1850, så gällde följande samband under en viss period:

$$\frac{dy}{dt} = -0,012 \cdot y, \quad y(0) = 6,5 \cdot 10^6$$

Beskriv i ord vad dessa uttryck innebär för folkmängden på Irland.

(Nationellt prov, kurs E, vt 1999)