Rotekvationer

den 17 februari 2019 23:04

Kvadrering av leden vid ekvationslösning är en operation som behövs för att lösa vissa typer av ekvationer. Exempel på detta är vanligen rotekvationer. Betrakta följande ekvation som vi söker reella rötter till.

$\sqrt{2x} = \sqrt{x^2 - 3}$

$\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x+2}$

$(\sqrt{x}+2)^2 = (\sqrt{x})^2 + 4\sqrt{x} + 4$

$x + 4\sqrt{x} + 4$

Genom att kvadrera båda sidor här ges ekvationen

$2x = x^2 - 3$

$\sqrt{x^2} = 9$

$x = 9$

som sedan kan omformuleras till

$x^2 - 2x - 3 = 0$

med lösningarna/rötterna

$x = -1$ och $x = 3$.

Falsk Eftersom $\sqrt{2x}$ blir imaginärt med roten $x = -1$ förkastas den roten och den enda sanna roten till rotekvationen ovan är $x = 3$.

Rotekvat

Skärmurklipp gjort: 2019-02-17 23:06

Exempel 1

$\sqrt{x+2} = x$ Falsk rot

$x + 2 = x^2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2}$

$x = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -1$

Exempel 2

$\sqrt{3x - 2} = x - 1$

$3x - 2 = (x-1)^2$

$3x - 2 = x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 5x + 3 = 0$

$x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 3}$

$x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x_1 = \simeq 4.25 \quad x_2 \simeq 1.25$

Falsk

METOD

1. Ordna roten för sig.
2. Kvadrera
3. Lös ekvationen

④ Falska roten

Överkurs

Substitution

$t+2-4\sqrt{t+2}=-3$

Sätt $x=\sqrt{t+2}$

$x^2-4x=-3$

$x^2-4x+3=0$

$x=+2\pm\sqrt{4-3}$

$x_1=+1 \quad x_2=+3$

① $1=\sqrt{t+2}$

$t=-1$

② $3=\sqrt{t+2}$

$t=7$

eller

$4\sqrt{t+2}=t+5$

$t+2=\frac{1}{16}(t+5)^2$

$16t+\cancel{32}=t^2+\cancel{10t}+\cancel{25}$

$6t+7=t^2$

$t^2-6t-7=0$

$t=3\pm\sqrt{9+7}$

$t_1=-1 \quad t_2=7$