

PROV 2
Ma2c Andragradsekvationer och funktioner, komplexa tal
samt rotekvationer
Fullständiga lösningar!

1. Lös ekvationerna:

a) $(x+5)(x-3) = 0$
(Endast svar)

(1/0/0)

b) $x^2 + 6x - 16 = 0$

(2/0/0)

2. Utveckla och förenkla:

$(x-3)^2 - (x^2+9)$

(2/0/0)

3. Vi har två komplexa tal $z_1 = 3 - 2i$ och $z_2 = i$.

a) Bestäm realdelen och imaginärdelen av z_1 (endast svar).

(1/0/0)

b) Beräkna $z_1 + z_2$ samt markera det nya talet i det komplexa talplanet.

(2/0/0)

1

4. Ett område som är 21 a.e. stort begränsas av x -axeln, y -axeln samt linjerna $x = a$ och $y = a + 4$ där $a > 0$. Bestäm talet a .

(1/2/0)

5. Lös följande ekvation:

$\sqrt{4x-3} = x$

(0/2/0)

6. Visa grafiskt med ett exempel vad det innebär att en andragradsfunktion enbart har komplexa rötter.

(0/1/0)

7. a) Förenkla följande uttryck så långt som möjligt:

$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$

(0/1/1)

b) När är det ursprungliga uttrycket ej definierat och när är det förenklade ej definierat?

(0/0/1)

PROV 2 - Svar och bedömningsanvisningar

1. a) $(x+5)(x-3) = 0$
 $x+5 = 0 \mid x-3 = 0$
 $x_1 = -5 \mid x_2 = 3 \quad (E)$

(1/0/0)

b) $x^2 + 6x - 16 = 0$

$x = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 16} \quad (E)$

$x = -3 \pm \sqrt{3^2 + 16} = -3 \pm \sqrt{25} = -3 \pm 5$

$x_1 = -8 \quad x_2 = 2 \quad (E)$

(2/0/0)

2. $(x-3)^2 - (x^2+9) = x^2 - 6x + 9 \quad (E) \quad -x^2 - 9 = -6x \quad (E)$

(2/0/0)

3. a) $Re z_1 = 3 \quad Im z_1 = -2 \quad (E)$

(1/0/0)

b) $z_1 + z_2 = 3 - 2i + i = 3 - i \quad (E)$

Rätt ritat i koordinatsystem (E)

(2/0/0)

4. $a(a+4) = 21 \quad (C)$

$a^2 + 4a - 21 = 0$

$(a-3)(a+7) = 0$

eller pq-formeln

$a - 3 = 0 \mid a + 7 = 0$

$a_1 = 3 \mid a_2 = -7$

a_2 förkastas (C)

Svar: $a = 3 \quad (E)$

(1/2/0)

5. $\sqrt{4x-3} = x$

$4x - 3 = x^2$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$

eller pq

$x - 1 = 0 \mid x - 3 = 0$

$x_1 = 1 \mid x_2 = 3 \quad (C)$

Kontroll:

$x = 1 \Rightarrow VL = \sqrt{4 \cdot 1 - 3} = 1; \quad HL = 1 \quad OK!$

$x = 3 \Rightarrow VL = \sqrt{4 \cdot 3 - 3} = 3; \quad HL = 3 \quad OK! \quad (C)$

(0/2/0)

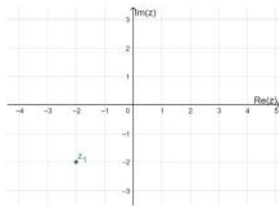
6. Visar grafiskt att skärning med x -axeln saknas. (C)

(0/1/0)

7. a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \quad (C) = \frac{x-2}{x} \quad (A)$

8. Det komplexa talet z_1 är markerat i det komplexa talplanet. Beräkna och markera i det komplexa talplanet (rita talplanet själv):

$z_2 = z_1 \cdot i$
 $z_3 = z_1 \cdot i^2$
 $z_4 = z_1 \cdot i^3$



(0/2/1)

9. Ingenjör Flodberg från Bergflo i Dalarna planerar att en bro över Dalälven skulle kunna ha formen av en parabel. För att uppfylla krav på båttrafik och älvens bredd väljer han

$$f(x) = 0.12x - 0.0004x^2$$

a) Rita en snygg figur som illustrerar hur bron skulle kunna se ut samt placera in ett koordinatsystem så att bronns höjd (m) ges av y-axeln och dess bredd (m) av x-axeln.

(0/0/1)

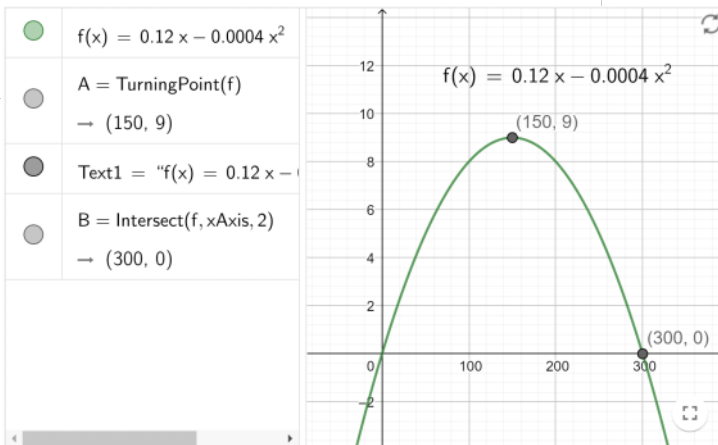
b) Antag att bron skall placeras där älven är 280 m bred. Kommer bron nå över?

(0/2/0)

c) Flodbergs flodseglbåt har en mast som är 9.5 m. Kommer han kunna passera under bron?

(0/0/1)

Lite hjälp: $15^2 = 225$ och tiondelar dividerat med tiotusendelar kan förlängas till hundratal.



7. a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \quad (C) = \frac{x-2}{x} \quad (A)$

(0/1/1)

b) Det ursprungliga uttrycket ej definierat för $x = -2$ och $x = 0$.

Det förenklade ej definierat för $x = 0 \quad (A)$

(0/0/1)

8. $z_1 = -2 - 2i$

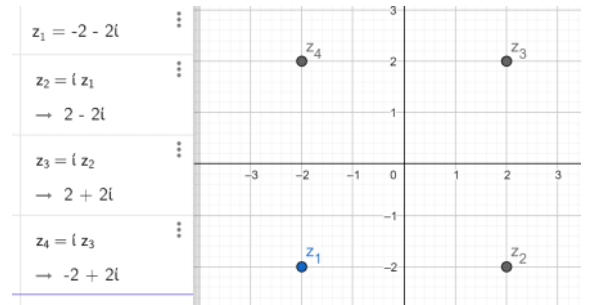
$z_2 = z_1 \cdot i = -2i + 2 = 2 - 2i \quad (C)$

$z_3 = z_1 \cdot i^2 = 2 + 2i$

$z_4 = z_1 \cdot i^3 = -2 + 2i \quad (A)$

Rätt markerade i ett komplext talplan. (C)

(0/2/1)



9. a) Snygg figur med axlarna rätt placerad. (A)

(0/0/1)

b) $0.12x - 0.0004x^2 = 0$

$x^2 - \frac{0.12}{0.0004}x = 0$

$x^2 - 300x = 0$

$x(x - 300) = 0$

$x_1 = 0; x_2 = 300 \quad (C)$

Svaret blir att bron nå över. (E)

(1/1/0)

c) Symmetrilinjen ligger mitt emellan nollställena, ges sålunda av

$\frac{0 + 300}{2} = 150.$

$f(150) = 0.12 \cdot 150 - 0.0004 \cdot 150^2 = 18 - 9 = 9 \quad (C)$

Svaret blir att båten inte går under. (E)

(1/1/0)