

Problemlösning: Fysik och integraler

1. Om man släpper en sten från en högt belägen plats får stenen en hastighet $v(t) = 9,8t$ m/s under de första sekunderna av fallet. Teckna med hjälp av beteckningen för integraler den sträcka som stenen faller under de första två sekunderna.
2. En bil färdas i motorvägsfart 30 m/s. Föraren bromsar bilen under 3 s så att retardationen är 2 m/s^2 , dvs hastighetsfunktionen blir $v(t) = 30 - 2t$ m/s. Teckna med hjälp av beteckningssättet med integraler den sträcka s som bilen rullar under de 3 sekunderna.
3. Sambandet mellan energin W och effekten P kan skrivas $W = P \cdot t$, där t är tiden. Man kokar mat i ett kök under 1 timme. Under uppvärmningen, 10 min., drar plattan 1200 W och när man vrider ner värmen för att hålla konstant temperatur drar plattan 500 W under 50 minuter. Teckna energiförbrukningen med hjälp av beteckningen för integraler. Tiden mäts i timmar.
4. Mellan kraften F N (newton) och förlängningen x m (meter) gäller för en viss fjäder sambandet $F = 20x$. Teckna med hjälp av beteckningssättet för integraler det arbete W (mätt i Nm) som krävs för att dra ut fjädern 10 cm. Arbetet definieras enligt sambandet

$$\text{Arbetet} = \text{kraften} \cdot \text{vägen}.$$

5. Om man släpper en sten från en högt belägen plats får stenen en hastighet $v(t) = 9,8t$ m/s under de första sekunderna av fallet. Beräkna den sträcka som stenen faller från $t = 0,5$ s till $t = 2,0$ s. Svara i hela meter. Sträckan skall beräknas med en integral.
6. En bilist accelererar från hastigheten 20 m/s till 30 m/s på 5,0 s med likformig acceleration, dvs $v(t) = 20 + 2,0t$ m/s under accelerationen. Hur lång sträcka färdas bilen under den tid då bilen accelererar. Sträckan skall beräknas med en integral.
7. Enligt uppgift i en biltidning sommaren 1996 accelererade Sveriges då snabbaste dragster från 0 till 100 km/h på 0,75 s, dvs $v = 37t$ m/s om vi förutsätter att accelerationen är likformig under detta korta tidsintervall. Beräkna med en integral den sträcka som dragstern hinner på dessa 0,75 s.
8. Mellan kraften F N (newton) och förlängningen x m gäller för en viss fjäder sambandet $F = 20x$. Beräkna det arbete W Nm som krävs för att dra ut fjädern från 5,0 cm till 15 cm. Arbetet definieras enligt sambandet:

$$\text{Arbete} = \text{kraft} \cdot \text{väg}.$$

9. Den kraft som krävs för att släpa en kropp på ett visst underlag beskrivs av formeln $F = 200 + 0,60x$ N (newton), där x meter är den sträcka som kroppen släpas. Beräkna det arbete som krävs för att släpa kroppen 20 m. Arbete definieras enligt sambandet:

$$\text{Arbete} = \text{kraft} \cdot \text{väg}.$$

10. En sten, som kastas rakt uppåt med hastigheten 20 m/s, får på grund av tyngdaccelerationen approximativt hastigheten $v(t) = 20 - 10t$ m/s.
- Beräkna med hjälp av en integral stenens läge h m i höjded led då $t = 4$ s
 - Förklara svaret i a-uppgiften genom en geometrisk tolkning av integralen i ett koordinatsystem.
 - Teckna med integralbeteckningen ett uttryck som ger hela den lodräta sträcka S m som stenen färdats i luften.
11. En motorcykels hastighet minskar enligt formeln $v(t) = 15 \cdot e^{-0,040t}$ under 20 sekunder. Hur långt färdas motorcykeln under dessa 20 s.
12. Mellan kraften F N (newton) och förlängningen x m gäller för en viss fjäder sambandet $F = 20x$. Hur långt har man dragit ut fjädern, räknat från $x = 0$, om det utförda arbetet är 0,50 Nm. Arbete definieras enligt sambandet:
- $$\text{Arbete} = \text{kraft} \cdot \text{väg}.$$
13. Vid urladdning av en kondensator har strömmen storleken $i(t) = 0,20 \cdot e^{-5,0t}$ A. Hur stor laddning lämnar kondensatorn från tiden $t = 0$ till $t = 0,50$ s.
Ledning: Laddningen Q är primitiv funktion till strömmen i , dvs $Q'(t) = i(t)$.
Enheten för Q är C (coulomb)
14. Enligt uppgift i en biltidning sommaren 1996 accelererade Sveriges då snabbaste dragster från 0 till 100 km/h på 0,75 s, dvs $v = 37t$ m/s om vi förutsätter att accelerationen är likformig under detta korta tidsintervall (uträkningarna av formeln redovisas ej). Antag att dragstern skulle kunna ha samma acceleration hela banans längd på 402 m. Hur lång tid skulle det ta att avverka loppet?
Uppgiften skall lösas med en integral.

Sammanfattning av fysiken

Sträckan = hastighet * tid

$$s = v \cdot t$$

Arbete = kraft · väg.

$$W = F \cdot s$$

Energi = Effekt * tid

$$W = P \cdot t$$

Ström = laddningar/sek

Laddningen Q är primitiv funktion till strömmen i ,
dvs $Q'(t) = i(t)$.