3.3 Från derivata till funktion: Primitiva funktioner, s. 173 - 175 uppgifter: 3303-3314

den 18 december 2018 12:10

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$a^x \quad (a>0)$	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$f(x)+g(x)$	$f'(x)+g'(x)$

Ex : $f(x) = x^3 + 4x + 3$ $\quad y = x^3 + 4x - 110$ $\quad g(x) = x^3 + 4x - e^2$ $\quad 2x^1 \; 2$

$f'(x) = 3x^2 + 4$ $\quad y' = 3x^2 + 4$ $\quad g'(x) = 3x^2 + 4$

$F(x) = x^3 + 4x + C$ samtliga primitiva funktion

Funktion	Primitiv funktion

① $f(x) = 5x^4 + 8x$

- $F(x) = \frac{5x^{4+1}}{4+1} + \frac{8x^{1+1}}{1+1} + C$
- $F(x) = \frac{5}{5}x^5 + \frac{8}{2}x^2 + C$

$= x^5 + 4x^2 + C$

② $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$

$= 3x^2 - x^{-2}$

$F(x) = 3\frac{x^{2+1}}{2+1} - \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$= \frac{3}{3}x^3 - \frac{x^{-1}}{-1} + C = x^3 + x^{-1} + C = x^3 + \frac{1}{x} + C$

③ $g(x) = 4e^{4x} - 3^x \ln 3$

$G(x) = e^{4x} - 3^x$

$G(x) = \frac{4}{4}e^{4x} - \frac{3^x \ln 3}{\ln 3}$

$= e^{4x} - 3^x$

$y = 5^x - 2x \qquad Y = \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{2x^{1+1}}{1+1} = \frac{5^x}{\ln 5} - x^2 + C$

Ex: Ange samtliga primitiva funktioner $F(x)$ till

$$f(x) = 3e^{5x} - \underline{2 \cdot 4^x} + 5\sqrt{x} + \frac{2x^3}{7} + 12$$

$= 5x^{0,5}$

$$F(x) = \frac{3e^{5x}}{5} - \frac{2 \cdot 4^x}{\ln 4} + \frac{5x^{0,5+1}}{0,5+1} + \frac{2}{7}\frac{x^{3+1}}{3+1} + 12x + C$$

$$= \frac{3}{5}e^{5x} - \frac{2 \cdot 4^x}{\ln 4} + \frac{5x^{1,5}}{1,5} + \frac{\cancel{2}}{7}\frac{x^4}{\cancel{4}_2} + 12x + C$$

$$= \frac{3}{5}e^{5x} - \frac{2 \cdot 4^x}{\ln 4} + \frac{10}{3}x^{1,5} + \frac{x^4}{14} + 12x + C$$

Funktion	Primitiv funktion
k	$kx + C$
$x^n \quad (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$
$a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

$$\frac{5}{3/2} = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$