

Ma2c - Prövning nr. 2 (av 9) för betyget E Lösning av andragradsekvationer med pq-formeln

Hjälpmedel : Papper, penna, sudd, formelblad och kalkylator

Obs! Minsta slarvfel kan ge underkänt. Nytt försök tidigast om en vecka.

För $x^2 + px + q = 0$ härleds pq-formeln med kvadratkompletteringen:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$x^2 + px = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Detta ger:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Obs! Koefficienten framför x^2 måste vara ett (1). I annat fall, dividera hela ekvationen (med koefficienten), enligt Ex.2!

Skriv av följande två exempel och betänk hur pq-formeln har använts:

Ex.1 Lös ekvationen $x^2 + 4x + 3 = 0$

Lösning:

$$x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3} = -2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 3}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 - 3} = -2 \pm 1$$

$$x_1 = -2 - 1 = -3 \quad x_2 = -2 + 1 = -1$$

Ex.2 Lös ekvationen $3x^2 + 9x - 15 = 0$

Lösning: Dividera ekvationen med 3 $\Rightarrow x^2 + 3x - 5 = 0$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 5}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{20}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{29}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2} \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2}$$

Redovisa fullständiga, korrekta, exakta lösningar av följande ekvationer för betyget E (i tillämpliga fall är annan metod än pq-formeln tillåten):

1. $x^2 + 3x - 2 = 0$

2. $x^2 - 19 = 0$

3. $4x^2 - 4x - 2 = 0$

4. $3x^2 + 9x = 0$