

Lathund, algebra & ekvationer, åk 8

Tänk alltid en ekvationslösning som en balansakt där du alltid måste hålla jämvikt på båda sidor likhetstecknet. Dvs. ändrar du något på ena sidan måste du ändra samma sak på andra sidan...

Balansmetoden är ett exempel på detta. Det är en bra metod som skapar förståelse inför svårare algebraiska problemlösningar. Se exempel nedan:

$$20 - 4 = 6x - 3x + 7 - 3 + x$$

börja med att räkna ihop alla termer som innehåller samma saker och räkna ut dessa. Dvs. de som innehåller x och de som bara innehåller siffror. Då får vi...

$$20 - 4 = 16$$

Detta sker på vänster sida om likhetstecknet.

$$6x - 3x + x + 7 - 3 = 4x + 4$$

Detta sker på höger sida om likhetstecknet.

$$16 = 4x + 4$$

Så ser det alltså ut då vi räknat ut på båda sidor om likhetstecknet från det vi började med.

Nästa steg blir att få endast termer som innehåller x på ena sidan likhetstecknet och siffror på andra sidan likhetstecknet så att vi kan lösa den här ekvationen.

Hur ska vi då lyckas med detta?

Jo, vi börjar med att subtrahera 4 från båda sidor för att få x -termen ensam på högersida. Dvs.

$$16 - 4 = 4x + 4 - 4$$

Kvar har vi då på vänster sida $16 - 4$ och på höger sida tar ju $+4$ och -4 ut varandra och blir noll så då har vi bara $4x$ kvar. Alltså...

$$12 = 4x$$

Nu kan vi kanske direkt se lösningen men för att få en bra förståelse gör vi det ordentligt. Slutligen vill vi bara ha x helst själv. För att få detta måste vi dividera båda sidor med 4 eftersom $4/4 = 1$ och $1 \cdot x = x$ kvar blir alltså...

$\frac{12}{4} = \frac{4x}{4}$ som är lika med $3 = \frac{1x}{1}$ som är samma sak som $3 = x$, vilket är lösningen på ekvationen.

Parentesregler

$$5x + (2x - 3) = 5x + 2x - 3 = 7x - 3$$

När det står ett **plustecken** framför parentesen kan vi ta bort den utan att det gör någon skillnad och fortsätta räkna. Vi har **förenklat** uttrycket $5x + (2x - 3)$ till $7x - 3$.

$$3x - (3y + 2x) = 3x - 3y - 2x = x - 3y$$

Men om det står ett **minustecken** framför parentesen måste vi ändra tecken inne i parentesen när den tas bort (se de understrukna termerna). Vi har nu **förenklat** uttrycket $3x - (3y + 2x)$ till $x - 3y$.

Förenkla uttryck som vi gjorde på förra sidan behöver inte vara svårt. Här kommer ett exempel till:

$$8a - 3b - 2a + 5b - a =$$

$$= 8a - 2a - a - 3b + 5b =$$

$$= 5a + 2b$$

Börja med att samla alla a-termer för sig och alla b-termer för sig. Observera att $1a = 1 \cdot a = a$

Nu räknar vi ihop a-termerna för sig och b-termerna för sig och får kvar detta....

Detta blir även vårt svar för nu kan vi inte förenkla längre.

Multiplikation med variabler

Produkten av $2x$ och $3y$ skrivs som $2x \cdot 3y = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 6xy$

Produkten av $3a$ och $3a$ skrivs som $3a \cdot 3a = 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 9a^2$

Distributiva lagen

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Hur fungerar då den "Distributiva lagen" som vi ser ovan? Här kommer två exempel:

Exempel 1: (se vänstra bilden)

$$x(x + 5y)$$

Vi tittar på den vänstra bilden ovan. Vi vet att $x(x + 5y)$ är samma sak som $x \cdot (x + 5y)$. Enligt lagen ska vi multiplicera in x i parentesen först med x och sedan med $5y$, då gör vi så.

$$x(x + 5y) = x \cdot x + x \cdot 5y$$

Detta är första steget i vår förenkling. Nu återstår bara att skriva rent.

$$x \cdot x + x \cdot 5y = x^2 + 5xy$$

Uttrycket förenklat blir alltså $x^2 + 5xy$.

Exempel 2: (se högra bilden)

$$4x(2x - y)$$

Vi tittar på den högra bilden ovan. Vi vet att $4x(2x - y)$ är samma sak som $4x \cdot (2x - y)$. Enligt lagen ska vi multiplicera in $4x$ i parentesen först med $2x$ och sedan med $-y$, då gör vi så.

$$4x(2x - y) = 4x \cdot 2x + 4x \cdot (-y)$$

Nu skriver jag $(-y)$ i parentes för att visa att det är negativt. Då får vi istället kvar följande i vår förenkling...

$$4x \cdot 2x + 4x \cdot (-y) = 8x^2 - 4xy$$

Uttrycket förenklat blir alltså $8x^2 - 4xy$.

OBSERVERA!!!

Det är tecknet framför termen som bestämmer om det är positivt eller negativt.

Ekvationer med x på båda sidor.

Vi ska lösa följande ekvation:

$$5x + 3 = 2x + 18$$

Börja med att titta efter på vilken sida likhetstecknet vi har störst x -term. Här är det $5x$ på vänstra sidan och $2x$ på högra sidan. Då vill vi få bort den minsta termen, alltså $2x$ från höger sida.

$$5x + 3 - 2x = 2x - 2x + 18$$

Då subtraherar vi bägge sidor med $2x$. Dvs $-2x$ på varje sida (se de understrukna termerna).

$$3x + 3 = 18$$

Nu har vi nått fram till en ekvation vi kan lösa. Då vill vi nu ha x -termen själv och subtraherar 3 från varje sida.

$$3x + 3 - 3 = 18 - 3$$

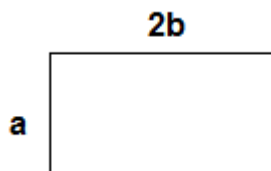
Se understrukna termer... Kvar blir.

$$3x = 15$$

Slutligen dividerar vi bägge sidor med 3 för att x -termen ska bli helt ensam, och ekvationen är löst!

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \text{ detta ger oss alltså att } x = 5$$

Skriva uttryck för areor och omkrets



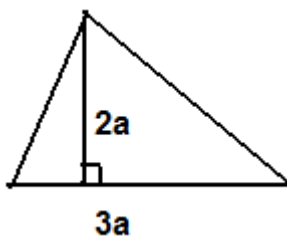
Om vi ska skriva ett uttryck för rektangelns omkrets blir det:

$$a + a + 2b + 2b = 2a + 4b$$

Om vi istället ska skriva ett uttryck för arean av rektangeln blir det:

$$a \cdot 2b = 2ab$$

Vi tar ett exempel till:

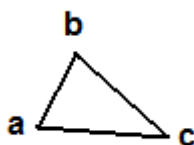


Ett uttryck för triangelns area blir:

$$\frac{2a \cdot 3a}{2} = \frac{6a^2}{2} = 3a^2$$

Det är bra att komma ihåg att vinkelsumman för en triangel alltid är 180° . Det kommer på provet!!!

Dvs. vinkel $a + b + c = 180^\circ$



Skriva ett uttryck från ett problem och sedan lösa ekvationen

Anna och Mia har tillsammans 95 kr. Anna har 17 kr mer än Mia. Hur mycket har var och en?

Antag att Mia har x kr. Då har Anna $(x + 17)$ kr.

$$x + (x + 17) = 95$$

Eftersom Anna har 17 kr mer än Mia så måste Anna ha $(x + 17)$ kr. Mias x kr och Annas $(x + 17)$ kr blir tillsammans 95 kr.

$$x + x + 17 = 95$$

Eftersom ett plustecken framför parentesen inte gör någon skillnad i teckenbyte får vi...

$$2x + 17 = 95$$

Nu vill vi få x ensamt och subtraherar 17 från bägge sidor (se understrukna termer).

$$2x + 17 - 17 = 95 - 17$$

Nu har vi snart löst ekvationen. Kvar blir...

$$2x = 78$$

Slutligen dividerar vi med 2 på bägge sidor för att x -termen ska bli helt ensam.

$$\frac{2x}{2} = \frac{78}{2} \text{ nu ser vi att } x = 39$$

Det betyder alltså att Mia har 39 kr och Anna har $39 + 17$ kr = 56 kr.

Kontroll visar att $39 + 56 = 95$, det stämmer!!!

Lycka till!

/Anders