Lösningsförslag
1 Mekanik

101. Stenen faller sträckan *s*.

$s = \frac{gt^2}{2} = \frac{9{,}82 \cdot 1{,}6^2}{2}$ m = 12,6 m

<u>Svar: 13 m</u>

102. Vi kan använda energiprincipen:

$\frac{mv^2}{2} = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$

Hastigheten vid nedslaget blir då:

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 35}$ m/s = 26 m/s

<u>Svar: 26 m/s</u>

103. a) Då basketspelaren hoppar uppåt har han rörelseenergi. Denna energi omvandlas till lägesenergi under upphoppet. Tyngdpunkten höjs h = 0,70 m. Energiprincipen ger att

$\frac{mv^2}{2} = mgh$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}70}$ m/s = 3,7 m/s

b) Tiden för upphoppet är lika stor som tiden för fallet nedåt. Denna tid är tiden för ett fritt fall 0,70 m.

$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}70}{9{,}82}}$ s = 0,38 s

Den totala tiden blir alltså dubbelt så stor, dvs. 2·0,38 s = 0,76 s

<u>Svar: a) 3,7 m/s b) 0,76 s</u>

104. Vi sätter nollnivån vid munstyckets öppning. Den totala tiden t som vattnet är i luften beräknas genom $s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

Vi får andragradsekvationen $0 = 20 \cdot t - \frac{9{,}82 \cdot t^2}{2}$

Vi faktoriserar genom att bryta ut t och får då

$0 = t(20 - \frac{9{,}82 \cdot t}{2})$, vilket ger två lösningar:

$t = 0$ och $(20 - \frac{9{,}82 \cdot t}{2}) = 0$

Lösningen till denna andragradsekvation är t = 4,07 s (Lösningen t = 0 s förkastas).

<u>Svar: 4,1 s</u>

105. Vi sätter nollnivån 4,2 m över vattenytan, dvs. där hennes tyngdpunkt befinner sig när hon står still på svikten.

a) Hennes tyngdpunkt höjs (5,2 – 4,2) m = 1,0 m vid upphoppet. Rörelseenergi övergår i lägesenergi. Enligt energiprincipen får vi

$\frac{mv^2}{2} = mgh$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 1{,}0}$ m/s = 4,4 m/s

b) Då hon når vattenytan befinner hon sig (4,2 – 1,2) m = 3,0 m under nollnivån.

Tiden beräknas ur $s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

Vi får $-3{,}0 = 4{,}4 \cdot t - \frac{9{,}82 \cdot t^2}{2}$

Denna andragradsekvation har lösningen t = 1,35 s (Lösningen t = …0,45 s förkastas).

<u>Svar: a) 4,4 m/s b) 1,4 s</u>

106. a) vertikal led beskriver skidåkaren ett fritt fall utan begynnelsehastighet. Falltiden beräknas ur

$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9{,}82}}$ s = 2,47 s

b) Hastigheten v_x i horisontell led beräknas ur

$s = v_x \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{s}{t} = \frac{40}{2{,}47}$ m/s = 16,2 m/s

<u>Svar: a) 2,5 s b) 16 m/s</u>

107. a) I vertikal led beskriver Julia ett fritt fall utan begynnelsehastighet. Falltiden beräknas ur

$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}3}{9{,}82}}$ s = 0,51 s

Hastigheten v_x i horisontell led beräknas ur

$s = v_x \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{s}{t} = \frac{2{,}1}{0{,}51}$ m/s = 4,08 m/s

b) Om hastigheten ökas med 20% blir den 1,20·4,08 m/s = 4,90 m/s

Tiden är densamma. Hon kan därför flyga sträckan $s = v_x \cdot t$ = 4,90·0,51 m = 2,52 m,

dvs. (2,52 – 2,1) m = 0,42 m längre

$\frac{0{,}42}{2{,}1} = 20\%$

Sträckan är direkt proportionell mot hastigheten.

<u>Svar: a) 4,1 m/s b) 20 % eller 0,4 m längre</u>

108. a) Den horisontella hastigheten påverkar inte falltiden.

Formeln $s = \frac{gt^2}{2}$ kan därför användas.

$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}0}{9{,}82}}$ s = 0,45 s

b) Då vi nu vet både hastighet och tid kan sträckan ut från bordet beräknas.

$s_x = t_{fall} \cdot v_{0x} = 0{,}45 \cdot 1{,}6 = 0{,}72$

Svar: a) 0,45 b) 0,72 m

109. a) Horisontell led: $v_{0x} = 24 \cdot \cos 60^o = 12$

Vertikal led: $v_{0y} = 24 \cdot \sin 60^o = 20{,}8$

b) Kastet i vertikal led kan ses som ett omvänt fritt fall där begynnelse- och sluthastighet är ombytta.

$v_y = gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_y}{g} = \frac{20{,}8}{9{,}82} = 2{,}1 \quad (2{,}118\ldots)$

c) I vändpunkten har stenen ingen hastighet i vertical led. Därför blir den totala hastigheten $v = v_{0x} = 12$ m/s

d) Den totala kasttiden blir en dubblering av svaret i deluppgift b. Kastets längd beror på denna tid och på hastigheten i vertikal led.

$s_{max} = 2 \cdot t_{stig} \cdot v_{0x} = 2 \cdot 2{,}118 \cdot 12 = 50{,}8$

e) Eftersom kastparabeln är symetrisk (om luftmotståndet försummas) är hastigheten och vinkeln lika stora i början och slutet, speglade i den vertikala symmetrilinjen under kastets högsta punkt.

Svar:
a) v_{ox} = 12 m/s , v_{oy} = 20,8 m/s b) 2,1 s c) 12 m/s
d) 50,8 m e) 24 m/s och 60°

110. a) På tiden t har delfinen nått sin högsta höjd.

$v_y = v_{oy} - gt$

I högsta punkten är $v_y = 0$

$0 = v_{oy} - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{oy}}{g}$

Då är delfinen 3,0 m upp i luften.

$s_y = v_{oy} t - \frac{gt^2}{2} = 3{,}0$

insättning av värdet på t ovan ger:

$\frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = 3{,}0$

$v_{oy} = \sqrt{3{,}0 \cdot 2 \cdot 9{,}82}$ m/s = 7,68 m/s

På den dubbla tiden har delfinen förflyttat sig 5,0 m i horisontell led med den konstanta farten $v_x = v_{xo}$

$5{,}0 = v_x \cdot \frac{2v_{oy}}{g} = v_x \cdot \frac{2 \cdot 7{,}68}{9{,}82} = v_x \cdot 1{,}56$

$v_x = \frac{5{,}0}{1{,}56}$ m/s = 3,20 m/s

Delfinens hastighet vid upphoppet erhålls då med Pythagoras sats:

$v = \sqrt{v_{oy}^2 + v_{ox}^2} = \sqrt{7{,}68^2 + 3{,}20^2}$ m/s = 8,3 m/s

b) Vinkeln vid upphoppet är α, där

$\tan \alpha = \frac{7{,}68}{3{,}20} \quad \Rightarrow \quad a = 67{,}4^o$

Svar: a) 8,3 m/s b) 67°

111. Bollen skall hinna falla halva sin diameter, dvs. 0,0215 m ned i hålet innan den har hunnit passera hålet. På tiden t faller bollen

sträckan $s = \frac{gt^2}{2}$ om begynnelsehastigheten i vertikal led är noll.

Vi får $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0215}{9{,}82}}$ s = 0,066 s

Låt bollens maximala horisontella hastighet vara v. Bollen passerar då hålet på tiden 0,066 s. Hålets bredd är 0,108 m. Sträckan bollen hinner innan den slår i hålets vägg är då hålets diameter minus bollens halva diameter: $s = 0{,}108 - \frac{0{,}043}{2} = 0{,}0865$ m

$s = v \cdot t$

$0{,}0865 = v \cdot 0{,}066$

$v = \frac{0{,}0865}{0{,}066}$ m/s = 1,3 m/s

Svar: 1,3 m/s

112. Din lärare kan kanske tipsa dig hur du kan använda din grafritande räknare.

113. Se bokens facit.

114. Se bokens facit.

115. Se bokens facit.

116. A: Lägesenergin ökar då kulan stiger och minskar då den faller.
B: Hastigheten minskar då kulan stiger och ökar då den faller.
C: Tyngdaccelerationen är konstant hela tiden.
D: Rörelseenergin minskar då kulan stiger och ökar då den faller.

Svar: a) C

117. Hans lägesenergi överst i banan är
$W_p = mgh = 48 \cdot 9{,}82 \cdot 12{,}2$ J = 5751 J
Denna energi har övergått i friktionsvärme.
$F \cdot s = 5751$ J, där F är bromskraften.
$F = \dfrac{5751}{83}$ N = 69 N

Svar: 69 N

118. Kraften på förarens kropp beror endast på kroppens massa och acceleration.
$F = m \cdot a = 80 \cdot 1{,}1 \cdot 9{,}82$ N = 864 N

Svar: 860 N

119. a) Kraften på bilen beror på bilens massa och acceleration. Accelerationen fås ur grafens riktningskoefficient.
$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10}{25}$ m/s^2 = 0,4 m/s^2
Kraften: $F = m \cdot a = 1500 \cdot 0{,}4$ N = 600 N
b) Efter 20 sekunder är hastigheten 8 m/s enligt diagrammet.
Rörelseenergin: $W_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1500 \cdot 8^2}{2}$ J = 48 kJ
c) Vid $t = 0$ s är rörelseenergin noll eftersom hastigheten är noll.
$t = 5$ s $\Rightarrow$ $W_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1500 \cdot 2^2}{2}$ J = 3 kJ
Ökningen blir således 3 kJ

d) $t = 20$ s $\Rightarrow$ $W_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1500 \cdot 8^2}{2}$ J = 48 kJ
$t = 25$ s $\Rightarrow$ $W_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1500 \cdot 10^2}{2}$ J = 75 kJ
Ökningen blir således 75 kJ – 48 kJ = 27 kJ

Svar: a) 600 N b) Rörelseenergin är 48 kJ
c) 3 kJ d) 27 kJ

120. a) Förlorad lägesenergi
$W_p = mgh = 84 \cdot 9{,}82 \cdot (8{,}2 + 0{,}88)$ J = 7490 J
b) Energin finns nu hos det spända seglet. För att spänna seglet sträckan s krävs den geneomsnittliga kraften F, där $F \cdot s = W_p$
$F = \dfrac{W_p}{s} = \dfrac{7490}{0{,}88}$ N = 8511 N

Svar: a) 7,5 kJ b) 8,5 kN

121. a) Accelerationen erhålls som riktningskoefficienten hos tangent till kurvan dåm $t = 5{,}0$ s.
Den mäts till ca 4 m/s^2
b) Vattendroppens massa $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \dfrac{4\pi r^3}{3} =$
$= 1000 \cdot \dfrac{4\pi \cdot 0{,}0016^3}{3}$ kg = $1{,}72 \cdot 10^{-5}$ kg
Nettokraften på vattendroppen är
$F = ma = 1{,}72 \cdot 10^{-5} \cdot 4$ N = $6{,}9 \cdot 10^{-5}$ N
c) Fallsträckan erhålls genom att uppskatta araen av området under kurvan i intervallet $0 \le t \le 5$ s.
Om detta område approximeras med en triangel får vi
$\dfrac{34 \cdot 5}{2}$ m ≈ 90 m

Svar: a) 4 m/s^2 b) $7 \cdot 10^{-5}$ N c) 90 m

122. a) Rörelsemängden

$$p = m \cdot v \quad \Rightarrow \quad m = \frac{p}{v} = \frac{0,86}{4,3}\text{ kg} = 0,20\text{ kg}$$

b) Vi väljer uppåt som positiv riktning.
Impulsen

$\Delta p = mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}} = 0,20 \cdot 3,8 - 0,20 \cdot (-4,3)$ kgm/s =
= 1,62 kgm/s (riktning uppåt eftersom svaret är positivt)

c) Kraften $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{1,62}{0,025}$ N = 65 N

Svar: a) 0,20 kg b) 1,6 kgm/s (uppåt) c) 65 N

123. Bollen ändrar sin rörelsemängd
$m \cdot \Delta v$ = 0,50·18 kgm/s = 9,0 kgm/s
Impulslagen ger att $F \cdot \Delta t$ = 9,0
där Δt är stöttiden

$$F = \frac{9,0}{\Delta t} = \frac{9,0}{0,02}\text{ N} = 450\text{ N}$$

Svar: 450 N

124. a) Läs av i diagrammet i de gränser där kurvan förändras. Kraften

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}}}{\Delta t} = \frac{-1,4-1,7}{0,7-0,15}\text{ N} =$$

= –5,6 N ≈ –6 N (minustecknet betyder att impulsen är motriktad rörelsen före impulsen)
b) Vid tiden 0,33 s lutar grafen som mest. Då är kraften störst.
c) Genom att dra tangenten till grafen vid tiden 0,33 s och läsa av två punkter kan man beräkna den största kraften.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}}}{\Delta t} = \frac{-0,5-1}{0,4-0,3}\text{ N} = -15\text{ N}$$

(minustecknet betyder att impulsen är motriktad rörelsen före impulsen)

Svar: a) –6 N b) 0,33 s c) –15 N

125. a) Vagnen får impulsen
$\Delta p = F \cdot \Delta t = 120 \cdot 1,0$ Ns = 120 Ns

$\Delta p = mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{efter}} = \frac{\Delta p + mv_{\text{före}}}{m} = \frac{120 + 26 \cdot 0}{26}\text{ m/s} = 4,6\text{ m/s}$$

b) Vi använder lagen om rörelsemängdens bevarande före och efter att rissäcken landar i vagnen.

$m_{\text{vagn}} v_{\text{vagn före}} + m_{\text{ris}} v_{\text{ris före}} = m_{\text{vagn}} v_{\text{vagn efter}} + m_{\text{ris}} v_{\text{ris efter}} =$

$26 \cdot 4,6 + 10 \cdot 0 = 26 \cdot v_{\text{vagn}} + 10 \cdot v_{\text{ris efter}}$

Eftersom både vagnen och riset har samma hastighet efteråt kan vi skriva:

$26 \cdot 4,6 + 10 \cdot 0 = (26+10) \cdot v_{\text{efter}} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad v_{\text{efter}} = \frac{26 \cdot 4,6 + 10 \cdot 0}{26+10}\text{ m/s} = 3,3\text{ m/s}$$

Svar: a) 4,6 m/s b) 3,3 m/s

126. a) Bollens rörelsemängd före träff:
$p_{\text{före}} = m \cdot v = 0,060 \cdot 40$ kgm/s = 2,4 kgm/s
b) Bollens rörelsemängd efter träff:
$p_{\text{efter}} = m \cdot v = 0,060 \cdot (-10)$ kgm/s = – 0,6 kgm/s
c) Impulsen:
$\Delta p = p_{\text{efter}} - p_{\text{före}} = -0,6 - 2,4$ kgm/s = – 3 kgm/s
minustecknet betyder att impulsen bromsar bollens rörelse.

d) Kraften: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{3}{0,060-0,015}$ N ≈ 70 N

e) Vid tiden 30 ms lutar grafen som mest. Då är kraften störst.
f) Genom att dra tangenten till grafen vid tiden 30 ms och läsa av två punkter kan man beräkna den största kraften.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}}}{\Delta t} = \frac{0,060(-7-40)}{0,040-0,020}\text{ N} \approx 140\text{ N}$$

Svar: a) 2,4 kgm/s b) – 0,6 kgm/s
c) 3 kgm/s (i bromsande riktning) d) 70 N
e) 30 ms f) 140 N

127. Se bokens facit.

128. Se bokens facit.

129. (Upplaga 1)
Eftersom rörelsemängden var noll från början kommer den att vara noll även efter knuffen.
Låt Claudios hastighet vara v efter knuffen
Om vi väljer den riktning som Andres rör sig i som positiv riktning
Lagen om rörelsemängdens bevarande (LRB)
$93 \cdot 1{,}2 + 63 \cdot v = 0$
$v = \dfrac{-93 \cdot 1{,}2}{63}$ m/s = –1,8 m/s
Claudio får således hastigheten 1,8 m/s i en riktning som är motsatt Andres.

Svar: 1,8 m/s

(Upplaga 2)
Lagen om rörelsemängdens bevarande (LRB)
$70 \cdot 1{,}2 + 35 \cdot v = 0$
$v = \dfrac{-70 \cdot 1{,}2}{35}$ m/s = –2,4 m/s
Andrea får således hastigheten 2,4 m/s i en riktning som är motsatt mammans.

Svar: 1,8 m/s

130. a) Förbränningsgaserna påverkar rymdfärjan med en kraft av 30 MN. Enligt Newtons 3:e lag påverkas gaserna av en lika stor men motriktad kraft.
Impulslagen: $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$
$m = \dfrac{F \cdot \Delta t}{\Delta v} = \dfrac{30 \cdot 10^6 \cdot 1}{4000}$ kg = 7500 kg

Svar: 7500 kg

131. a) Impulsen på bollen:
$\Delta p = mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}} = (0{,}450 \cdot (-30) - 0{,}450 \cdot 35)$ kgm/s
= –29 kgm/s (minustecknet betyder att bollen bromsas)
b) Kraften på Peter:
$F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{29}{0{,}028}$ N = 1040 N
c) Omvandlad rörelseenergi:
$$\Delta W_{\text{k}} = W_{\text{k före}} - W_{\text{k efter}} = \frac{mv_{\text{före}}^2}{2} - \frac{mv_{\text{efter}}^2}{2} =$$
$$= \frac{m}{2}(v_{\text{före}}^2 - v_{\text{efter}}^2) = \frac{0{,}450}{2}(35^2 - 30^2) \text{ J} = 73 \text{ J}$$

Svar: a) 29 kgm/s b) 1040 N c) 73 J

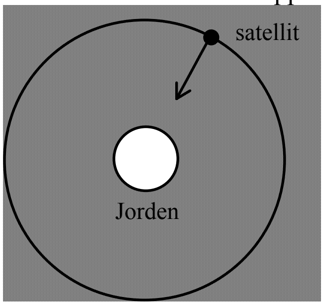
132. a) Impulsen: $\Delta p = \int F dt \approx 0{,}43$ kgm/s
(Uppskatta arean under F-t-grafen med hjälp av rutsystemet.)
b) Eftersom pilen stoppas helt är hastigheten före träff samma som hastighetsskillnaden.
$v_{\text{före}} = \Delta v = \dfrac{\Delta p}{m} = \dfrac{0{,}43}{0{,}023}$ m/s = 19 m/s

Svar: a) 0,4 kgm/s b) 19 m/s

133. Rörelsemängd före är
$(400 \cdot 7{,}2 + 400 \cdot 4{,}1)$ kgm/s = 4520 kgm/s
Rörelseenergin före är
$\dfrac{mv_{o1}^2}{2} + \dfrac{mv_{o2}^2}{2} = \left(\dfrac{400 \cdot 7{,}2^2}{2} + \dfrac{400 \cdot 4{,}1^2}{2}\right)$ J =
= 13730 J
Vid en elastisk stöt är både rörelsemängd och rörelseenergi bevarad.
Låt Ranas hastighet efter vara v_1 och Kalles hastighet efter v_2.
Rörelsemängden bevaras:
$400 \cdot v_1 + 400 \cdot v_2 = 4520$ (1)
Rörelseenergin bevaras:
$\dfrac{400 \cdot v_1^2}{2} + \dfrac{400 \cdot v_2^2}{2} = 13730$ (2)
Ekv. (1) ger: $v_1 + v_2 = 11{,}3$
$v_1 = 11{,}3 - v_2$ (3)
Ekv. (2) ger: $v_1^2 + v_2^2 = 68{,}65$ (4)
Värdet för v_1 från ekv. (3) insättes i ekv. (4):
$(11{,}3 - v_2)^2 + v_2^2 = 68{,}65$
$127{,}69 - 22{,}6v_2 + v_2^2 + v_2^2 = 68{,}65$
$v_2^2 - 11{,}3v_2 + 29{,}52 = 0$
Lösningen till denna ekvation är $v_2 = 7{,}2$ m/s (Lösningen $v_2 = 4{,}1$ m/s förkastas. Ranas hastighet måste vara mindre än Kalles.)
Insättning av detta värde på v_2 i ekv. (3) ger:
$v_1 = (11{,}3 - 7{,}2)$ m/s = 4,1 m/s

Svar: Ranas hastighet är 4,1 m/s och Kalles hastighet är 7,2 m/s. De byter således hastighet med varandra.

134. Den enda kraft som verkar på satelliten är dess tyngd som är centripetalkraft. Vi bortser då från krafter från solen och andra himlakroppar.



Svar: D (både rörelsemängd och rörelseenergi bevaras)

135. Centripetalkraften: $F = \dfrac{mv^2}{r}$

a) Radien halveras $\Rightarrow$ $\dfrac{mv^2}{\frac{r}{2}} = \dfrac{2mv^2}{r} = 2F$

b) Farten dubblas $\Rightarrow$ $\dfrac{m(2v)^2}{r} = \dfrac{4mv^2}{r} = 4F$

c) Massan ökar med 20% $\Rightarrow$ $\dfrac{1,2mv^2}{r} = 1,2F$

Svar: a) 2F b) 4F c) 1,2F

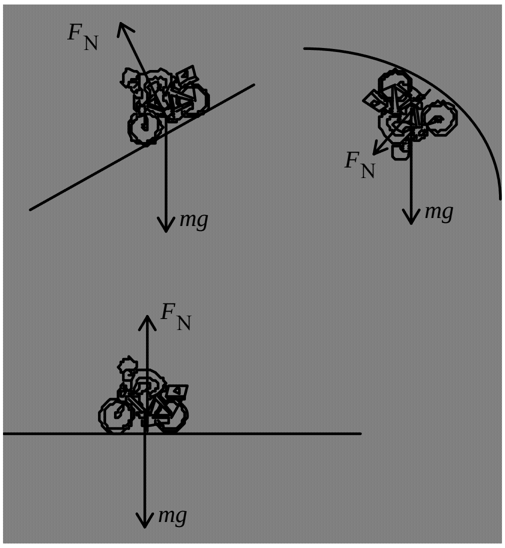
136. a) Den resulterande kraften på Allan är centripetalkraft. Den är alltså riktad in mot kurvans centrum.

b) Kraften är $F = \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{76 \cdot 8,0^2}{22}$ N = 221 N

c) Ja, han accelererar. Accelerationen har alltid samma riktning som den resulterande kraften, i detta fall in mot centrum.

Svar: a) in mot centrum b) 220 N c) in mot centrum

137. a) På cyklisten verkar i varje situation endast två krafter, Normalkraften F_N och tyngden mg.



b) Den kritiska läget är den översta punkten i loopen. Om cyklisten skall kunna ha kontakt med underlaget måste det finnas en normalkraft F_N. Vi räknar på gränsfallet och sätter $F_N = 0$.

Den enda kraft som verkar på cyklisten i det övre läget är då hans tyngd, vilken kommer att vara den erforderliga centripetalkraften.

$mg = \dfrac{mv^2}{r}$

Man kan uppskatta cyklistens höjd till 2 m. Loopens diameter ser då ut att vara ca 6 m, dvs. radien r = 3 m.

$v = \sqrt{gr} = \sqrt{9,82 \cdot 3}$ m/s = 5,4 m/s

Svar: b) 5 m/s (20 km/h)

138. a) Vi sätter gungans bottenläge som nollnivå för lägesenergin. I vändlägena är h = 1,0 m

Denna energi omvandlas till rörelseenergi i bottenläget.

$\dfrac{mv^2}{2} = mgh$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \cdot 1,0}$ m/s = 4,4 m/s

b) I bottenläget verkar en kraft F uppåt från gungans linor. Nedåt verkar tyngden mg. Den resulterande kraften till dessa två krafter är centripetalkraft.

$\dfrac{mv^2}{r} = F - mg$

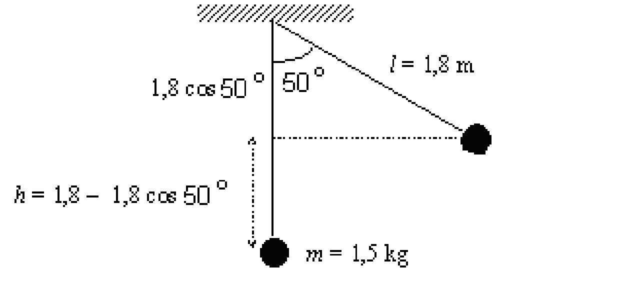
$F = \dfrac{mv^2}{r} + mg = \left(\dfrac{30 \cdot 4,4^2}{3,0} + 30 \cdot 9,82\right)$ N = 488 N ≈ 490 N

Svar: a) 4,4 m/s b) 490 N

139. Centripetalkraften $F = \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{78 \cdot 10{,}0^2}{30}$ N = 260 N

Svar: 260 N

140. Vi sätter nollnivån för lägesenergi i den lägsta punkten. När kulan befinner sig i sitt vändläge är den på höjden h över lägsta punkten.
Av fig. nedan framgår att
$h = 1{,}8 - 1{,}8 \cdot \cos 50^{\circ} = 0{,}643$ m



I lägsta punkten har lägesenergin omvandlats till rörelseenergi. Bollen har där hastigheten v.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}643}$ m/s = 3,55 m/s

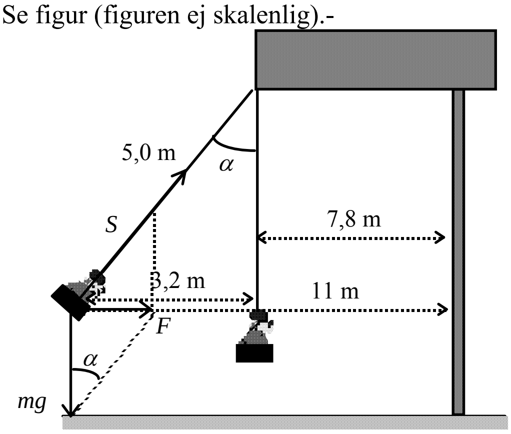
I den lägsta punkten är kulans tyngd motriktad trådkraften. Belastningen på tråden är därmed störst i detta läge.
På kulan verkar trådkraften F uppåt och tyngden mg nedåt.
Den resulterande kraften är centripetalkraft.

$$\frac{mv^2}{l} = F - mg$$

$F = \dfrac{mv^2}{l} + mg = \left(\dfrac{1{,}5 \cdot 3{,}55^2}{1{,}8} + 1{,}5 \cdot 9{,}82\right)$ N = 25 N

Svar: Belastningen på tråden är störst i det nedre läget. Trådkraften är där 25 N.

141. Gungan svänger ut vinkeln α med lodlinjen.
Den svänger ut sträckan (11 – 7,8) m = 3,2 m.
Se figur (figuren ej skalenlig).-



Av figuren framgår att $\sin \alpha = \dfrac{3{,}2}{5{,}0} \Rightarrow \alpha = 39{,}8^{\circ}$

På gungan verkar två krafter, sträckkraften S i kedjan och gungans egen tyngd mg. Den resulterande kraften till dessa båda är F som är centripetalkraft.
Av krafttriangeln framgår att

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

$$F = mg \cdot \tan \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

Radien r i cirkelbanan är 11 m.

$v = \sqrt{gr \cdot \tan \alpha} = \sqrt{9{,}82 \cdot 11 \cdot \tan 39{,}8^{\circ}}$ m/s = 9,5 m/s

Svar: 9,5 m/s

142. Halleys komet återkommer vart 76: år. Nästa gång blir således år (1986 + 76) = år 2062

Svar: år 2062

143. Dragningskraften: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

a) Massan fördubblas $\Rightarrow$ $G\dfrac{2m_1 m_2}{r^2} = 2F$

b) Avståndet fördubblas $\Rightarrow$ $G\dfrac{m_1 m_2}{(2r)^2} = G\dfrac{m_1 m_2}{4r^2} = \dfrac{F}{4}$

c) Jordens massa halveras $\Rightarrow$ $G\dfrac{m_1 m_2}{r^2 \cdot 2} = \dfrac{F}{2}$

Svar: a) Kraften fördubblas (2F) b) Kraften minskar till en fjärdedel (F/4) c) Kraften halveras (F/2)

144. Enligt Keplers 3:e lag är $\dfrac{T^2}{a^3}$ konstant, där T är planetens omloppstid och a dess avstånd till solen.
Vi betecknar jordens omloppstid resp. avstånd med index J och asteroidens med index A.

Vi får då: $\dfrac{T_A^{\,2}}{a_A^{\,3}} = \dfrac{T_J^{\,2}}{a_J^{\,3}}$

Vi vet att $a_A = 2 \cdot a_J$ $\quad T_J = 1$ år

$$T_A = \sqrt{\frac{T_J^{\,2} \cdot a_A^{\,3}}{a_J^{\,3}}} = \sqrt{\frac{T_J^{\,2} \cdot (2a_J)^3}{a_J^{\,3}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{T_J^{\,2} \cdot 8a_J^{\,3}}{a_J^{\,3}}} = \sqrt{1^2 \cdot 8} = 2{,}8 \text{ år}$$

Svar: 2,8 år

145. Enligt Keplers 3:e lag är $\dfrac{T^2}{a^3}$ konstant, där T är månens omloppstid kring Jupiter och a dess avstånd till Jupiter.
Vi betecknar Ios omloppstid resp. avstånd med index I och Ganymedes med index G.

$$\frac{T_G^{\,2}}{a_G^{\,3}} = \frac{T_I^{\,2}}{a_I^{\,3}}$$

$a_I = 4$ $\quad a_G = 10{,}7$ $\quad T_I = 4{,}8$ dygn

$$T_G = \sqrt{\frac{T_I^{\,2} \cdot a_G^{\,3}}{a_I^{\,3}}} = \sqrt{\frac{4{,}8^2 \cdot 10{,}7^3}{4^3}} = 21 \text{ dygn}$$

Svar: 21 dygn

146. Callisto betecknas med index C, Io med index I.
$T_C = 16{,}7$ dygn $\quad T_I = 4{,}8$ dygn $\quad a_I = 4$

Keplers 3:e lag ger att $\dfrac{T_C^{\,2}}{a_C^{\,3}} = \dfrac{T_I^{\,2}}{a_I^{\,3}}$

$$a_C = \left(\frac{T_C^{\,2} \cdot a_I^{\,3}}{T_I^{\,2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{16{,}7^2 \cdot 4^3}{4{,}8^2}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ enheter} =$$

$= 9{,}2$ enheter

Svar: 9,2 enheter

147. Ur tabell fås:

Jordens massa: $m_j = 5{,}9736 \cdot 10^{24}$ kg

Månens massa: $m_m = 7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg

Månens avstånd från jorden: $r = 3{,}844 \cdot 10^8$ m

Kraften:

$$F = G\frac{m_j m_m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}}{(3{,}84 \cdot 10^8)^2} \text{ N} =$$

$= 2{,}0 \cdot 10^{20}$ N

Newtons andra lag ger accelerationen:

$$a_c = \frac{F}{m} = \frac{2{,}0 \cdot 10^{20}}{7{,}35 \cdot 10^{22}} \text{ m/s}^2 = 0{,}0027 \text{ m/s}^2$$

Svar: Kraften är $2{,}0 \cdot 10^{20}$ N och accelerationen är $0{,}0027$ m/s^2

148. a) Hastigheten: $v = 27671$ km/h $= 7686$ m/s
Om banan ska vara konstant måste gravitationskraften var lika stor som centripetalkraften:

$$G\frac{m \cdot m_j}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow$$

$$r = G\frac{m_j}{v^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{7686} = 6740 \text{ km}$$

Höjden över marken fås genom att dra bort jordens radie eftersom det beräknade avståndet är till jordens centrum.
Höjden: h = (6740 – 6370)km = 370 km

b) Omloppstiden: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi \cdot 6{,}74 \cdot 10^6}{7686}$ s =

$= 5510$ s $\approx 1{,}5$ h

Svar: a) Höjden över marken är 370 km
b) Omloppstiden är cirka 1,5 h

A-Uppgifter

149. a) Lägesenergin vid högsta punkten är lika med rörelseenergin vid uppkastet
Energiprincipen:
$mgh = \frac{mv_o^2}{2}$
Höjden $h = \frac{v_o^2}{2g} = \frac{14^2}{2 \cdot 9,82}$ m = 10,0 m
b) $v = v_o - gt$
I högsta läget är hastigheten $v = 0$
$0 = v_o - gt$, där t är stigtiden
$t = \frac{v_o}{g} = \frac{14}{9,82}$ s = 1,4 s
Tiden för hela kastet, dvs. den tid som bollen är i luften är dubbelt så lång, dvs. 2·1,4 s = 2,9 s

Svar: a) 10 m   b) 2,9 s

150. m = 1,2 ton = 1200 kg
v = 90 km/h = $\frac{90}{3,6}$ m/s = 25 m/s
a) Rörelseenergin är $\frac{mv^2}{2} = \frac{1200 \cdot 25^2}{2}$ J = 375 kJ
b) Rörelsemängden är
$m \cdot v$ = 1200·25 kgm/s = 30000 kgm/s

Svar: a) 380 kJ   b) $3{,}0 \cdot 10^4$ kgm/s

151. Om stenen landar efter 6,4 s så befinner den sig i högsta punkten efter halva denna tid, dvs. efter t = 3,2 s.
$v = v_o - g_m t$, där g_m = 1,61 m/s^2.
I högsta punkten är $v = 0$.
$0 = v_o - g_m t$
$v_o = g_m t$ = 1,61·3,2 m/s = 5,2 m/s
Lägesenergin i högsta punkten är lika med rörelseenergin vid uppkastet.
$mg_m h = \frac{mv_o^2}{2}$
$h = \frac{v_o^2}{2 \cdot g_m} = \frac{5,2^2}{2 \cdot 1,61}$ m = 8,2 m

Svar: utgångshastighet 5,2 m/s höjd 8,2 m

152. I vertikal led når lerduvan höjden 40 m.
$v_y = v_{oy} - gt$
I högsta punkten är $v_y = 0$.
$0 = v_{oy} - gt$
Stigtiden $t = \frac{v_{oy}}{g}$ (1)
$s_y = v_{oy}\, t - \frac{gt^2}{2} = 40$
Insättning av värdet på t från ekv. (1) ger:
$v_{oy} \cdot \frac{v_{oy}}{g} - \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = 40$
$v_{oy} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 40} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \cdot 40}$ m/s = 28,0 m/s
Från ekv. (1) får vi stigtiden $t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{28,0}{9,82}$ s = 2,85 s
På den dubbla tiden, dvs. 2·2,85 s = 5,71 s når kulan marken på 70 m avstånd.
$70 = v_{ox} \cdot 5{,}71$
$v_{ox} = \frac{70}{5,71}$ m/s = 12,3 m/s
Utgångshastigheten v_o erhålls med Pythagoras sats ur:
$v_o = \sqrt{v_{ox}^2 + v_{oy}^2} = \sqrt{12,3^2 + 28,0^2}$ m/s = 30,6 m/s

Svar: 31 m/s

153. I vertikal led beskriver motorcykeln ett fritt fall utan begynnelsehastighet. Falltiden beräknas ur
$s_y = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6}{9,82}}$ s = 1,1 s
I horisontell led är hastigheten konstant 20 m/s.
Avståndet från stupet blir då s_x = 20·1,1 m = 22 m
(Med hänsyn till luftmotståndet bör man nog lägga madrassen något närmare.)

Svar: 22 m från stupet

154. Om hela hoppet tar 0,8 s så är stigtiden, tiden tills man är på den högsta punkten hälften av denna tid, dvs. 0.4 s
$v_y = v_{oy} - gt$
där t är stigtiden.
I högsta punkten är $v_y = 0$.
$0 = v_{oy} - gt$
$v_{oy} = gt$ = 9,82·0,4 m/s = 3,9 m/s
Den höjd tyngdpunkten då når är
$s_y = v_{oy}\, t - \frac{gt^2}{2} = (3{,}9 \cdot 0{,}4 - \frac{9,82 \cdot 0,4^2}{2})$ m = 0,79 m
Tyngdpunkten höjs således endast 0,79 m.

Svar: 0,8 m

155. Falltiden t erhålls ur

$$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35}{9{,}82}} \quad s = 2{,}66 \text{ s}$$

Hoppets längd blir då 25·2,66 m = 66,7 m

Svar: 67 m

156. a) Centripetalaccelerationen

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{10^2}{20} \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$$

b) Centripetalkraften

$F = m \cdot a = 80 \cdot 5{,}0$ N = 400 N

Svar: a) 5 m/s^2 b) 400 N

157. a) Deras gemensamma hastighet efter stöten är v.
Rörelsemängd före: 0,56·3,2 + 0,26·0 = 1,792 kgm/s
Efter stöten väger vagnarna tillsammans
(0,56 + 0,26) kg = 0,82 kg
Rörelsemängd efter: 0,82·v
LRB: 0,82·v = 1,792

$$v = \frac{1{,}792}{0{,}82} \text{ m/s} = 2{,}18 \text{ m/s}$$

b) Om stöten hade varit helt elastisk hade rörelseenergin bevarats. Eftersom vagnarna fastnade i varandra är stöten ej elastisk och en del av rörelse energin förloras.

$$W_{\text{k före}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{0{,}56 \cdot 3{,}2^2}{2} = 2{,}87 \text{ J}$$

$$W_{\text{k efter}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{(0{,}56 + 0{,}26) \cdot 2{,}18^2}{2} \text{ J} = 1{,}95 \text{ J}$$

$$\Delta W = W_{\text{k före}} - W_{\text{k efter}} = (2{,}87 - 1{,}95) \text{ J} = 0{,}92 \text{ J}$$

Andelen förlorad (omvandlad) rörelseenergi:

$$\frac{\Delta W}{W_{\text{k före}}} = \frac{0{,}92}{2{,}87} = 0{,}32 = 32\%$$

c) Det mesta blir värme.

Svar: a) 2,2 m/s b) 32% c) Värme

158. Bilen hade hastigheten v.

Dess rörelseenergi före inbromsningen var $\frac{mv^2}{2}$.

Denna rörelseenergi omvandlas till friktionsvärme $F \cdot s$, där F är friktionskraften och s bromssträckan.

$F = \mu \cdot F_N = \mu \cdot mg$

$$\frac{mv^2}{2} = \mu \cdot mg \cdot s$$

$$v = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}82 \cdot 22} \text{ m/s} = 18{,}6 \text{ m/s} =$$

= 18,6·3,6 km/h = 67 km/h

Svar: 18,6 m/s eller 67 km/h

159. 1 AU = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m (avståndet till solen)
9,5 AU = $9{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m = $1{,}4 \cdot 10^{12}$ m =
= $1{,}4 \cdot 10^{9}$ km

Svar: $1{,}4 \cdot 10^9$ km

160. Solens massa m_S erhålls ur tabell:

$m_S = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg

Gravitationskraften på jorden är centripetalkraft.

Centripetalkraften $F = \frac{m_J v^2}{r}$

$$G \cdot \frac{m_J \cdot m_S}{r^2} = \frac{m_J v^2}{r}$$

Vi löser ut v och får

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{30}}{1{,}5 \cdot 10^{11}}} \text{ m/s} =$$

= 29800 m/s

$$\text{Centripetalaccelerationen } a = \frac{v^2}{r} = \frac{29800^2}{1{,}5 \cdot 10^{11}} \text{ m/s}^2 =$$

= 0,0059 m/s^2

Svar: Banhastigheten är 30 km/s,
centripetalaccelerationen är 6 mm/s^2

161. Vi rör oss i en cirkelbana med radien r = 3400 km och fullbordar detta varav på tiden
T = 24 h = 24·3600 s = 86400 s
Omkretsen är $2\pi r = 2\pi \cdot 3{,}4 \cdot 10^6$ m = $2{,}1 \cdot 10^7$ m

$$\text{Banhastigheten } v = \frac{2{,}1 \cdot 10^7}{86400} \text{ m/s} = 247 \text{ m/s}$$

$$\text{Centripetalaccelerationen } a = \frac{v^2}{r} = \frac{247^2}{3{,}4 \cdot 10^6} \text{ m/s}^2 =$$

= 0,018 m/s^2

Svar: Banhastigheten är 250 m/s,
centripetalaccelerationen är 0,018 m/s^2

162. a) Riktningen måste vara in mot cirkelns centrum.
b) Centripetalkraften

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{1100 \cdot 22^2}{34} \text{ N} = 15700 \text{ N}$$

Svar: a) in mot cirkelns centrum b) 16 kN

163. Sätt nollnivån för lägesenergi där tallriken befinner sig. Då vattnet lämnar kranen har det lägesenergi *mgh* och rörelseenergi $\frac{mv_o^2}{2}$. Då vattnet träffar tallriken har det rörelseenergi $\frac{mv^2}{2}$, där v är vattnets hastighet.

Energiprincipen ger att $\frac{mv_o^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$

$v = \sqrt{v_o^2 + 2gh} = \sqrt{3{,}2^2 + 2 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}42}$ m/s =
= 4,3 m/s

<u>Svar: 4,3 m/s</u>

164. Centripetalkraften

$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{84 \cdot 18^2}{14}$ N = 1944 N

<u>Svar: 1,9 kN</u>

165. Erforderlig centripetalkraft är $F = \frac{mv^2}{r}$.

Tillgänglig kraft är friktionen $F_f = \mu \cdot mg$

$\frac{mv^2}{r} = \mu \cdot mg$

$v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r} = \sqrt{0{,}75 \cdot 9{,}82 \cdot 12}$ m/s = 9,4 m/s =
= 9,4·3,6 km/h = 34 km/h

<u>Svar: 9,4 m/s eller 34 km/h</u>

166. a) Den resulterande kraften på klädnyporna består av deras tyngd och normalkraften från hinkens botten. Denna resulterande kraft är riktad rakt nedåt. Klädnyporna rör sig inte år det håll kraften är riktad utan åt det håll hastigheten är riktad. Klädnypornas hastighet är riktad tangentiellt till den cirkelbana som klädnypornas rörelse beskriver.
b) Klädnyporna ramlar ut när de inte längre har kontakt med hinkens botten, dvs. när normalkraften är noll. Den enda kraften på klädnyporna är då deras tyngd som får tjänstgöra som centripetalkraft.

$\frac{mv^2}{r} = mg$

$v = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9{,}82 \cdot 1{,}2}$ m7s = 3,4 m/s

<u>Svar: b) 3,4 m/s</u>

167. Sätt månens massa till m_M och jorden massa till m_J.
Denna punkt ligger på avståndet *x* från jordens centrum.
Avståndet från jorden till månen är $3{,}84 \cdot 10^8$ m.
Vi placerar ett föremål med massan *m* i denna punkt.
Gravitationskraften från jorden är $G \cdot \frac{m \cdot m_J}{x^2}$

Gravitationskraften från månen är $G \cdot \frac{m \cdot m_M}{(3{,}84 \cdot 10^8 - x)^2}$

Dessa sätts lika.

$G \cdot \frac{m \cdot m_M}{(3{,}84 \cdot 10^8 - x)^2} = G \cdot \frac{m \cdot m_J}{x^2}$

$x^2 \cdot m_M = (3{,}84 \cdot 10^8 - x)^2 \cdot m_J$

Rotutdragning ur båda leden ger:

$x \cdot \sqrt{m_M} = 3{,}84 \cdot 10^8 - x) \cdot \sqrt{m_J}$

$x \cdot (\sqrt{m_M} + \sqrt{m_J}) = 3{,}84 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{m_J}$

Med tabellvärden för m_M och m_J får vi:

$x = \frac{3{,}84 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{m_J}}{\sqrt{m_M} + \sqrt{m_J}} = \frac{3{,}84 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{5{,}97 \cdot 10^{24}}}{\sqrt{7{,}35 \cdot 10^{22}} + \sqrt{5{,}97 \cdot 10^{24}}}$ m =

= $3{,}5 \cdot 10^8$ m

Denna punkt ligger således mycket nära månens centrum,
nämligen $(3{,}84 \cdot 10^8 - 3{,}5 \cdot 10^8)$ m = $3{,}8 \cdot 10^7$ m från månens centrum.
(Månradien är enligt tabell $1{,}7 \cdot 10^6$ m, så punkten ligger inte inne i månen.)

<u>Svar: $3{,}5 \cdot 10^8$ m från jordens centrum i riktning mot månen</u>

168. a) Vattnet stiger (2,8 – 1,4) m = 1,4 m uppåt.
Vattnets rörelseenergi omvandlas till lägesenergi.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \cdot 1,4}$ m/s = 5,2 m/s

b) Vattnets fallhöjd är 1,4 m.
Tiden för fallet beräknas ur

$$s = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{9,82}} \text{ s} = 0,53 \text{ s}$$

Med utgångshastigheten 5,2 m/s kommer vattnet på denna tid 5,2·0,53 m = 2,8 m bort

c) Vattnets utgångshastighet i horisontell led

$v_{ox} = v_o \cdot \cos\alpha = 5,2 \cdot \cos 30^o$ m/s = 4,5 m/s

Vattnets utgångshastighet i vertikal led

$v_{oy} = v_o \cdot \sin\alpha = 5,2 \cdot \sin 30^o$ m/s = 2,6 m/s

Vi sätter $s_y = 0$ i den punkt där munstycket befinner sig.
Vattnet når då marken i $s_y = -1,4$ m

$$s_y = v_{oy}\, t - \frac{gt^2}{2} = -1,4$$

$$2,6 \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -1,4$$

$$t^2 - \frac{5,2 \cdot t}{g} - \frac{2,8}{g} = 0$$

Denna ekvation har lösningen t = 0,86 s
(Lösningen t = –0,33 s förkastas.)
Kastlängden blir då $v_x \cdot t$ = 4,5·0,86 m = 3,9 m

Svar: a) 5,2 m/s b) 2,8 m c) 3,9 m

B-Uppgifter

169. Hastighet vid upphoppet $v_o = 11{,}3$ m/s
Hopplängden $x = v_x \cdot t = 8{,}60$
Tiden för hoppet $t = \dfrac{8{,}60}{v_x}$ (1)
Vi sätter nollnivån $y = 0$ i hopparens tyngdpunkt vid upphoppet.
Hans tyngdpunkt sänks (1,3 – 0,3) m = 1,0 m under hoppet.
Han landar således i en punkt med koordinaterna (8,60, –1,0).
$$y = v_{oy} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -1{,}0$$
Tiden från ekv. (1) insätts i detta uttryck:
$$v_{oy} \cdot \frac{8{,}60}{v_x} - \frac{g \cdot 8{,}60^2}{2 \cdot v_x^{\,2}} = -1{,}0$$
Insättning av:
$v_{oy} = v_o \cdot \sin\alpha = 11{,}3 \cdot \sin\alpha$
$v_x = v_o \cdot \cos\alpha = 11{,}3 \cdot \cos\alpha$
där α är upphoppsvinkeln, ger
$$8{,}60 \cdot \tan\alpha - \frac{g \cdot 8{,}60^2}{2 \cdot 11{,}3^2 \cdot \cos^2 a} = -1{,}0$$
Från trigonometrin vet vi att
$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$$
Vi får då:
$8{,}60 \cdot \tan\alpha - 2{,}84 \cdot (1 + \tan^2\alpha) = -1{,}0$
Vi får då en andragradsekvation i tan α:
$\tan^2\alpha - 3{,}02 \cdot \tan\alpha + 0{,}648 = 0$
Lösningen till denna ekvation är
$\tan\alpha = 2{,}79 \Rightarrow \alpha = 70^o$ (vilket är orimligt) eller
$\tan\alpha = 0{,}232 \Rightarrow \alpha = 13^o$
Hastigheten i höjdled vid upphoppet är
$v_{oy} = 11{,}3 \cdot \sin\alpha = 11{,}3 \cdot \sin 13^o = 2{,}6$ m/s

<u>Svar: 2,6 m/s</u>

170. a) Opelns massa är 1000 kg.
Opelns hastighet efter kollisionen är v.
LRB: $1400 \cdot 15 + 0 = 1400 \cdot 7{,}0 + 1000v$
$v = 11{,}2$ m/s
b) Volvons rörelsemängd minskar med
$(1400 \cdot 15 - 1400 \cdot 7) = 11200$
Den får en impuls $F \cdot t = 11200$
$$F = \frac{11200}{t} = \frac{11200}{0{,}06} \text{ N} = 187 \text{ kN}$$
c) Samma kraft verkar på Opel enligt Newtons 3:e lag.

<u>Svar: a) 11,2 m/s b) 190 kN c) 190 kN</u>

171. a) 700 liter = 700 dm^3 vatten väger 700 kg
Eftersom rörets tvärsnittsarea är 1,0 dm^3 kommer vatten motsvarande 700 dm rörlängd att sprutas ut varje sekund.
700 dm = 70 m. vattnet får alltså hastigheten 70 m/s.
b) På 1 s sprutas vatten ut med en rörelsemäng av $700 \cdot 70$ kgm/s = 49000 kgm/s. Fartyget får lika stor rörelsemängd åt andra hållet.
Vi kan skriva $F \cdot \Delta t = 49000$
$F \cdot 1 = 49000 \quad \Rightarrow \quad F = 49$ kN

<u>Svar: a) 70 m/s b) 49 kN</u>

172. Bollen kastas och går in i målet på samma höjd, 1,9 m över golvet. Vi kan därför bortse från dessa 1,9 m och betrakta kastet som ett kast med den högsta höjden (3,2 – 1,9) m = 1,3 m. Kastlängden är 7,0 m.
$v_y = v_{oy} - gt$
där t är stigtiden.
I högsta punkten är $v_y = 0$.
$0 = v_{oy} - gt$
Stigtiden $t = \dfrac{v_{oy}}{g}$ (1)
$$s_y = v_{oy}\, t - \frac{gt^2}{2} = 1{,}3$$
Insättning av värdet på t från ekv. (1) ger:
$$\frac{v_{oy}^{\,2}}{g} - \frac{v_{oy}^{\,2}}{2g} = \frac{v_{oy}^{\,2}}{2g} = 1{,}3$$
$$v_{oy} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 1{,}3} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 1{,}3} \text{ m/s} = 5{,}1 \text{ m/s}$$
Från ekv. (1) får vi stigtiden $t = \dfrac{v_{oy}}{g} = \dfrac{5{,}1}{9{,}82}$ s = 0,51 s
På den dubbla tiden, dvs. $2 \cdot 0{,}51$ s = 1,0 s når kulan målet på 7,0 m avstånd.
$7{,}0 = v_{ox} \cdot 1{,}0$
$$v_{ox} = \frac{7{,}0}{1{,}0} \text{ m/s} = 6{,}8 \text{ m/s}$$
Utgångshastigheten v_o erhålls med Pythagoras sats ur:
$$v_o = \sqrt{v_{ox}^{\,2} + v_{oy}^{\,2}} = \sqrt{6{,}8^2 + 5{,}1^2} \text{ m/s} = 8{,}5 \text{ m/s}$$
Kastvinkeln α beräknas ur
$$\tan\alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = \frac{5{,}1}{6{,}8} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 36{,}6^o$$

<u>Svar: Bollen kastas med hastigheten 8,5 m/s med vinkeln 37^o snett uppåt</u>

173. Vi sätter nollnivån för lägesenergi i lianens bottenläge. Tarzans lägesenergi 7 m upp omvandlas således till rörelseenergi i lägsta punkten. Han får där hastigheten v Energiprincipen ger:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \cdot 7} \text{ m/s} = 11,7 \text{ m/s}$$

I lägsta punkten verkar två krafter på Tarzan, dels hans tyngd mg nedåt, dels sträckkraften F i lianen uppåt. resulterande kraft $F - mg$ är centripetalkraft.

$$F - mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$F = mg + \frac{mv^2}{r} = (96 \cdot 9,82 + \frac{95 \cdot 11,7^2}{10}) \text{ N} = 2240 \text{ N}$$

Svar: Lianen håller inte

174. Det hustak de ska landa på ligger 13 m bort och 3 m längre ner än uthoppshöjden. Antag att de hoppar horisontellt och beräkna hur lång tid det tar att falla fritt vertikalt 3 m.

$$s_y = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{9,82}} \text{ s} = 0,782 \text{ s}$$

Denna tid används för att se hur långt de hinner i vertikal led.

70 km/h = 19,4 m/s

$$s_x = v_x \cdot t = 19,4 \cdot 0,782 \text{ m} = 15,2 \text{ m}$$

Detta är mer än de 13 m som krävdes.

Svar: Ja, de klarar nog hoppet

175. a) Kulans hastighet är v_o.

När kulan har träffat pendeln så väger kulan och pendel tillsammans m = (6 + 0,012) kg = 6,012 kg
(Man kan i praktiken här bortse från kulans massa.)

De får hastigheten v .Dess rörelseenergi $\frac{mv^2}{2}$ övergår till lägesenergi mgh.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \cdot 0,14} \text{ m/s} = 1,65 \text{ m/s}$$

LRB: $0,012 \cdot v_o + 0 = m \cdot v$

$$v_o = \frac{mv}{0,012} = \frac{6,012 \cdot 1,65}{0,012} \text{ m/s} = 831 \text{ m/s}$$

b) Den ursprungliga rörelseenergin hos kulan

$$\frac{0,012 \cdot 831^2}{2} \text{ J} = 4143 \text{ kJ}$$

Lägesenergin hos den lyfta pendeln
$mgh = 6,012 \cdot 9,82 \cdot 0,34$ J = 8,27 J

Återstående energi $\frac{8,27}{4143}$ = 0,0019 = 0,19%

Således har 99,81% gått förlorad.

Svar: a) 830 m/s b) 99,8%

176. Låt bilens hastighet efter studsen vara v_1 och bollens hastighet efter är v_2.
Bilens massa är M och bollens massa är m.
Vi låter bilens hastighet vara positiv.
LRB: $M \cdot 20 - m \cdot 40 = M \cdot v_1 + m \cdot v_2$ (1)
I en elastisk stöt bevaras rörelseenergin.

$$\frac{M \cdot 20^2}{2} + \frac{m \cdot 40^2}{2} = \frac{M \cdot v_1^2}{2} + \frac{m \cdot v_2^2}{2} \qquad (2)$$

Från ekv. (1) får vi: $M \cdot 20 - M \cdot v_1 = m \cdot 40 + m \cdot v_2$

$M \cdot (20 - v_1) = m \cdot (40 + v_2)$ (3)

Från ekv. (2) får vi:

$M \cdot 20^2 + m \cdot 40^2 = M \cdot v_1^2 + m \cdot v_2^2$

$M \cdot 20^2 - M \cdot v_1^2 = m \cdot v_2^2 - m \cdot 40^2$

$M \cdot (20^2 - v_1^2) = m \cdot (v_2^2 - 40^2)$

$M \cdot (20 + v_1)(20 - v_1) = m \cdot (v_2 + 40)(v_2 - 40)$

Med hjälp av ekv. (3) kan denna ekvation reduceras till
$20 + v_1 = v_2 - 40$

$v_1 - v_2 = -60$

Bilens hastighet efter stöten förväntas inte påverkas i någon väsentlig grad, dvs. $v_1 \approx 20$ m/s

Vi får då: $20 - v_2 = -60$

$v_2 = 80$ m/s

Svar: Bollen vänder och får hastigheten 80 m/s efter studsen

177. a) 100 g-vikten accelererar nedåt och 50 g-vikten accelererar uppåt (med samma acceleration).
b) På 100 g-vikten verkar tyngden $0{,}100g$ nedåt och spännkraften S i snöret uppåt.
Newtons 2:a lag ger:
$0{,}100g - S = 0{,}100 \cdot a$ (1)
På 50 g-vikten verkar tyngden $0{,}050g$ nedåt och spännkraften S i snöret uppåt.
Newtons 2:a lag ger:
$S - 0{,}050g = 0{,}050 \cdot a$ (2)
$S = 0{,}050g + 0{,}050 \cdot a$ (3)
insättes i ekv. (1):
$0{,}100g - (0{,}050g + 0{,}050 \cdot a) = 0{,}100 \cdot a$
$0{,}150 \cdot a = 0{,}050g$

$$a = \frac{0{,}050g}{0{,}150} = \frac{0{,}050 \cdot 9{,}82}{0{,}150} \text{ m/s}^2 = 3{,}3 \text{ m/s}^2$$

c) Insättning av detta värde för a i ekv. (3) ger:*
$S = 0{,}050g + 0{,}050 \cdot a = (0{,}050 \cdot 9{,}82 + 0{,}050 \cdot 3{,}3)$ N =
= 0,65 N

Svar: b) 3,3 m/s^2 c) 0,65 N

178. Se bokens facit.

179. a) Släggan har rörelsemängden 6·8 kgm/s = 48 kgm/s när den träffar betongplattorna. Eftersom stöten är oelastisk kan vi addera släggans och plattornas massa och anse att dessa får samma hastighet v efter slaget.
LRB: $48 = (70 + 6) \cdot v \Rightarrow v = 0{,}63$ m/s
Betongplattorna får således en sluthastighet av 0,63 m/s.
Släggans och plattornas gemensamma förlorade rörelseenergi och lägesenergi under slaget påverkar magen med en kraft F under sträckan s.

$$F \cdot s = \frac{mv^2}{2} + mgh \Leftrightarrow F = \frac{mv^2}{2s} + \frac{mgh}{s}$$

$$F = \frac{mv^2}{2s} + \frac{mgh}{s} = \left(\frac{76 \cdot 0{,}63^2}{2 \cdot 0{,}04} + \frac{76 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}04}{0{,}04}\right) \text{N} =$$

= 1100 N

b) $\Delta W = W_{\text{k före}} - W_{\text{k efter}}$

$$W_{\text{k före}} = \frac{6 \cdot 8^2}{2} \text{ J} = 192 \text{ J}$$

$$W_{\text{k efter}} = \frac{76 \cdot 0{,}63^2}{2} \text{ J} = 15 \text{ J}$$

$\Delta W = W_{\text{k före}} - W_{\text{k efter}} = 192 - 15 = 177$ J

Andelen förlorad rörelseenergi:

$$\frac{\Delta W}{W_{\text{k före}}} = \frac{177}{192} = 0{,}92 = 92\%$$

Svar: a) 1100 N b) 92%

180. Hastigheten v_o i den nedre delen av loopen skall vara så låg som möjligt. I den övre delen av loopen kommer då den enda verkande kraften på passageraren att vara tyngdkraften mg. Kapseln kommer då nätt och jämnt att vara i kontakt med banan.
mg är centripetalkraft. Låt v vara hastigheten i den övre delen av loopen.

$$\frac{mv^2}{r} = mg$$

$v = \sqrt{gr} = \sqrt{9{,}82 \cdot 6{,}0}$ m/s = 7,7 m/s

Passagerarens rörelseenergi i det nedre läget är lika med summan av hans rörelseenergi i det övre läget och den lägesenergi han har fått där. Höjden är $2r$.

$$\frac{mv_o^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + m \cdot g \cdot 2r$$

$v_o = \sqrt{v^2 + 2gr} = \sqrt{7{,}7^2 + 2 \cdot 9{,}82 \cdot 6{,}0}$ m/s =
= 13,3 m/s

Svar: 13 m/s

181. Då backkrönet passeras påverkas cykeln av två krafter, dess tyngd mg och en normalkraft F_N uppåt från marken.
Eftersom cykeln befinner sig i en cirkelbana är den resulterande kraften nedåt en centripetalkraft.
$mg > F_N$

$$mg - F_N = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_N = mg - \frac{mv^2}{r} = (65 \cdot 9{,}82 - \frac{65 \cdot 6{,}0^2}{20})\text{ N} = 521 \text{ N}$$

Svar: 520 N

182. Dubbla ljudhastigheten är ca 2·340 m/s = 680 m/s
Centripetalaccelerationen $a = \frac{v^2}{r}$
Vi antar att piloten gör en horisontell sväng med radien r. $a = 10g$

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{680^2}{10 \cdot 9{,}82} \text{ m} = 4700 \text{ m}$$

Svar. Svängradien måste överstiga 4,7 km

183. a) Stigtiden fås ur:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{22 \cdot \sin 40^{\circ}}{9{,}82} \text{ s} = 1{,}44 \text{ s}$$

b) Stighöjden fås då ur:

$$s_y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = 22 \cdot \sin 40^{\circ} \cdot 1{,}44 - \frac{9{,}82 \cdot 1{,}44^2}{2} \text{ m} =$$

$= 10{,}2$ m

c) Kastlängden fås om vi använder dubbla stigtiden $2t$.

$$s_x = v_{0x} \cdot 2t = 22 \cdot \cos 40^{\circ} \cdot 2 \cdot 1{,}44 \text{ m} = 48{,}5 \text{ m}$$

Svar: a) 1,4 s b) 10 m c) 49 m

184. Vi antar att meteoren är klotformig med radien 25 m.

Dess volym är $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 25^3}{3} \text{ m}^3 = 65000 \text{ m}^3$

Densiteten för järn är $\rho = 7870$ kg/m^3
Meteoren vägde
$m = \rho \cdot V = 7870 \cdot 65000 \text{ kg} = 5{,}15 \cdot 10^8 \text{ kg}$
Dess hastighet $v = 30$ km/s och dess rörelseenergi

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{5{,}15 \cdot 10^8 \cdot 30000^2}{2} \text{ J} = 2{,}3 \cdot 10^{17} \text{ J}$$

Svar: $2{,}3 \cdot 10^{17}$ J

185 a)Fallskärmen vecklas ut då hastighets grafen sjunker kraftigt till ett konstant värde. Läs av hastigheterna i diagrammet där denna sänkning börjar och slutar och beräkna sedan impulsen.

$$\Delta p = mv_{\text{efter}} - mv_{\text{före}} = (60 \cdot 11 - 60 \cdot 51) = -2400 \text{ kgm/s}$$

(Minustecknet innebär att fllet bromsas upp)
b) Genom att dra tangenten till grafen vid tiden 7,5 s och läsa av två punkter kan man beräkna den största kraften.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m(v_{\text{efter}} - v_{\text{före}})}{\Delta t} = \frac{60(20-52)}{8-7} \text{N} \approx 1{,}9 \text{ kN}$$

Svar: a) 2400 km/s b) 1,9 kN

186. a) Falltiden för ett fritt fall utan begynnelsehastighet bestäms ur

$$s = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}82}} \text{ s} = 1{,}43 \text{ s}$$

b) Det tar lika lång tid. Att hon också förflyttar sig i horisontell led påverkar inte tiden för det vertikala fallet.
c) Rörelsen sker helt i vertikal led.

$$s = v_o t - \frac{gt^2}{2}$$

Vi har $v_o = 3{,}0$ m/s.
Vi sätter $s = 0$ m högst upp i hopptornet. Hon når vattnet vid $s = -10$ m.

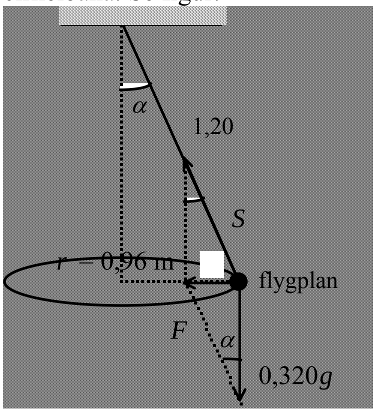
$$-10 = 3{,}0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t^2 - \frac{6{,}0 \cdot t}{g} - \frac{20}{g} = 0$$

Lösningen till denna andragradsekvation är
$t = 1{,}76$ s (Lösningen $t = -1{,}15$ s förkastas.)
Tiden tar alltså 1,76 s, dvs (1,76 – 1,4) s = 0,34 s längre tid än tidigare.

Svar: a) 1,4 s b) 1,4 s c) 0,3 s längre tid

187. a) Flygplanets massa är m = 0,360 kg
På planet verkar två krafter, spännkraften S i snöret och planets tyngd 0,360g. Den resulterande kraften är F, en centripetalkraft, som tvingar planet att röra sig i en cirkelbana. Se figur.



Vinkeln α bestäms geneom

$\sin\alpha = \dfrac{0,96}{1,20} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 53,1^\circ$

$\tan\alpha = \dfrac{F}{0,320g}$

$F = 0,320 \cdot g \cdot \tan\alpha = 0,320 \cdot 9,82 \cdot \tan 53,1^\circ = 4,19$ N

$F = \dfrac{mv^2}{r}$

$v = \sqrt{\dfrac{F \cdot r}{m}} = \sqrt{\dfrac{4,19 \cdot 0,96}{0,320}}$ m/s = 3,5 m/s

b) $\cos\alpha = \dfrac{0,320g}{S}$

$S = \dfrac{0,320g}{\cos\alpha} = \dfrac{0,320 \cdot 9,82}{\cos 53,1^\circ}$ N = 5,2 N

Svar: a) 3,5 m/s   b) 5,2 N

188. Jordens massa är $5,97 \cdot 10^{24}$ kg.
Jordens radie är $6,37 \cdot 10^6$ m
Om radien minskar med 20% dvs. till 80% av jordens radie kommer planets massa att vara $0,80^3$ gånger mindre än jordens (Massan är proportionell mot volymen som är proportionell mot raden upphöjt till 3.)
Massan blir $M = 0,80^3 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}$ kg $= 3,06 \cdot 10^{24}$ kg
och radien blir $r = 0,80 \cdot 6,37 \cdot 10^6$ m $= 5,096 \cdot 10^6$ m
a) Tyngdaccelerationen g_p erhålls ut gravitationslagen.

$g_p = \dfrac{G \cdot M}{r^2} = \dfrac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,06 \cdot 10^{24}}{(5,096 \cdot 10^6)^2}$ m/s^2 =

= 7,85 m/s^2 (Detta är 80 % av jordens tyngdacceleration)
b) Antag att planeten roterar med T = 6 h = 21600 s.
Ett föremål med massan m på planets ekvator påverkas dels av sin tyngd $m \cdot g_p$, dels av en normalkraft F_N som är mindre än g_p = 7,85 m/s^2. Den resulterande kraften är riktad nedåt och är centripetalkraft.

$m \cdot g_p - F_N = \dfrac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2} = \dfrac{m \cdot 4\pi^2 \cdot 5,096 \cdot 10^6}{21600^2} =$

$= m \cdot 0,43$ m/s^2

$F_N = m \cdot 7,85 - m \cdot 0,43 = m \cdot 7,43$ m/s^2

Accelerationen har således nu minskat till 7,43 m/s^2

Svar: a) 7,8 m/s^2 eller 80 % av jordens tyngdacceleration
b) 7,4 m/s^2

189. Maximal friktionskraft är $3 \cdot mg$
Friktionskraften är centripetalkraft.

$\dfrac{mv^2}{r} = 3 \cdot mg$

$v = \sqrt{3gr} = \sqrt{3 \cdot 9,82 \cdot 24}$ m/s = 26,6 m/s =
= 26,6·3,6 km/h = 96 km/h

Svar: 96 km/h

190. Motorcykelns hastighet då den lämnar den första rampen är v_o. Motorcykeln lämnar rampen med en vinkel α, där

$\sin\alpha = \dfrac{1,8}{10} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 10,4^o$

Hastigheten v_o komposantuppdelas. Hastigheten i x-led är $v_o \cdot \cos\alpha$ och hastigheten i y-led är $v_o \cdot \sin\alpha$.

Motorcykeln stiger uppåt till sin högsta punkt, där hastigheten i y-led, v_y är lika med noll. Detta sker på tiden t.

$0 = v_o \cdot \sin\alpha - gt$

$t = \dfrac{v_o \cdot \sin\alpha}{g}$

Det tar lika lång tid för motorcykeln att falla från högsta punkten. Den totala tiden för flygningen är därför

$2t = \dfrac{2 \cdot v_o \cdot \sin\alpha}{g}$

Hastigheten i x-led är konstant $v_o \cdot \cos\alpha$

Vi kan därför räkna med formeln $s = v \cdot t$

$15 = v_o \cdot \cos\alpha \cdot \dfrac{2 \cdot v_o \cdot \sin\alpha}{g} = \dfrac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

$v_o = \sqrt{\dfrac{15 \cdot g}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{15 \cdot 9,82}{\sin(2 \cdot 10,4^o)}}$ m/s = 20,4 m/s =

= 20,4·3,6 km/h = 73 km/h

Svar: 73 km/h

191. a) Ur diagrammet ser vi att F = 5300 N då t = 0,3 ms.

Newtons andra lag ger: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{5300}{0,057}$ m/s^2 =

= $9,3 \cdot 10^4$ m/s^2

b) Impulsen får vi genom att beräkna arean under F-t-grafen.

Impulsen: $\Delta p = \int F dt \approx 2,8$ Ns

c) Impulsen på bollen ger bollen en rörelsemängd. Vi kan beräkna hastighete ur följande uttryck:

$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \quad \Leftrightarrow \quad v_{\text{efter}} - v_{\text{före}} = \dfrac{F \cdot \Delta t}{m}$

Om hastigheten efteråt väljs som positiv riktning är hastigheten efter impulsen negativ. Vi får då:

$v_{\text{efter}} - (-v_{\text{före}}) = \dfrac{F \cdot \Delta t}{m}$

$v_{\text{efter}} = \dfrac{F \cdot \Delta t}{m} - v_{\text{före}} = \dfrac{2,8}{0,057} - 20$ m/s = 30 m/s

Svar: a) $9,3 \cdot 10^4$ m/s^2 b) 2,8 Ns c) 30 m/s