

Valda uppgifter i kursboken Matematik M2c av Sjunnesson med flera utgiven på Liber, (2011).

Kapitel 3.....	1
Test 3.....	11
Blandade uppgifter i kapitel 3	13

Kapitel 3

3114. Genom att prova med $x = 2$ fås y -värdet $y = 3$. Detta ger att oberoende av vilket värde k har så går alla linjerna genom punkten $P = (2, 3)$.

$$y = x^2 + ax \Rightarrow 3 = 2^2 + 2a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

3115. a)

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h} = \frac{4 + 4h + h^2 - 4}{h} = 4 + h$$

b)

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} = 2a + h$$

3116. a) t

b)

$$s(5) = s(-1) \Rightarrow 25a - 25a^2 = a + 5a^2 \Rightarrow 30a^2 = 24a \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$3201. (x-0)^2 + (y-3)^2 = (y-1)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 = y^2 - 2y + 1 \Rightarrow y = \frac{x^2}{4} + 2$$

$$3202. (x-2)^2 + (y-3)^2 = (y-1)^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = y^2 - 2y + 1 \Rightarrow 4y = x^2 - 4x + 12 \Rightarrow y = \frac{x^2}{4} - x + 3$$

$$3203. (x-0)^2 + (y-2)^2 = (y-4)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = y^2 - 8y + 16 \Rightarrow x^2 + 4y = 12 \Rightarrow y = -\frac{x^2}{4} + 3$$

$$3204. (x+1)^2 + (y-2)^2 = (y-4)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = y^2 - 8y + 16 \Rightarrow x^2 + 2x + 4y = 11 \Rightarrow y = -\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + \frac{11}{4}$$

3205. a) $y = 2$

b) $(0, 5)$

c)

$$(x-0)^2 + (y-5)^2 = (y-2)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 25 = y^2 - 4y + 4 \Rightarrow y = \frac{x^2}{6} + 3.5$$

3207. Ligger parabeln ovanför styrlinjen fås: $(4 - 0)^2 + (6 - a)^2 = 25 \Rightarrow (0, 3)$ eller $(0, 9)$
 Ligger parabeln under styrlinjen fås: $(4 - 0)^2 + (-4 - b)^2 = 25 \Rightarrow (0, -1)$ eller $(0, -7)$

3208. a) minpunkt b) maxpunkt c) ej min eller maxpunkt
 d) minpunkt e) minpunkt f) maxpunkt

3209. Dess maxvärde $= -2$. Alltså skär den ej x -axeln.

3210. a) enda linjen: 2 b) minpunkt, men inte på y -axeln: 3
 c) enda med maxpunkt: 4 d) minvärde på y -axeln: 1

3211. Man hittar att $y(x) = 0$ då $x = -1$ och då $x = 3$.

3212. a) $3x - x^2 = x(3 - x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ och $x_2 = 3$.
 b) Man ser i grafen var den skär x -axeln, där är $y = 0$.

3213. a) $30x + 12x^2 = 6x(5 + 2x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ och $x_2 = -2.5$
 b) $(-2.5, 0)$

3214. a) $-2x^2 + 16x - 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{\dots}$
 Vertex i punkten: $(4, 2)$

b) $2x^2 - 16x + 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{\dots}$
 Vertex i punkten: $(4, -2)$

c) $3x^2 + 3x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = -0.5 \pm \sqrt{\dots}$
 Vertex i punkten: $(-0.5, 5.25)$

d) $5x^2 - 10x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{\dots}$
 Vertex i punkten: $(1, -20)$

3215. $y = x - x^2 + 6$

a) Då x^2 -termen är negativ har grafen en maxpunkt. (sur mun)

b) $y = x - x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{6.25}$ dvs två nollställen

c) Genom att sätta $x = 0.5 \Rightarrow y_{\max}(0.5) = 6.25$

3216. Symmetrin ger att linjen är $x = 3.5$.

3217. $(4, 8)$ och $(3, 5)$

3218. $y = 13x - x^2 - 30 \Rightarrow x^2 - 13x + 30 = 0 \Rightarrow x = 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 30} = 6.5 \pm 3.5 \Rightarrow$
 $PQ = 7$ l. e.

3219. B ty det är en jämn kvadrat, dvs har en dubbelrot: $y(x) = (x - 3)^2$

3220. $y = x^2 - 2x - 4 + p, y(x) = 0$ då $x = 1 \pm \sqrt{1 + 4 - p} = 1 \pm \sqrt{5 - p}$

a) $p = 5$

b) $p < 5$

c) $p > 5$

3221. Till exempel: $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$

3222. $y(x) = 3.6x - 0.03x^2 = x(3.6 - 0.03x) \Rightarrow$ bredd = 120 cm, höjd = 108 cm

3223. a)

$$\frac{f(4.01) - f(4)}{0.01} = \frac{4.01^2 - 4^2}{0.01} = 8.01$$

b) k -värdet för tangenten till kurvan då $x = 4$.

3224. a) $y = x \cdot (26 - x) \text{ cm}^2$

b) $26x - x^2 = 160 \Rightarrow x^2 - 26x - 160 = 0 \Rightarrow x = 13 \pm \sqrt{169 - 160} = 13 \pm 3$
dvs $10 \cdot 16 \text{ cm}^2$

c) $13 \cdot 13 = 169 \text{ cm}^2$

3225. $y(x) = ax^2 \Rightarrow 6.25 = a \cdot 25 \Rightarrow a = 0.25$

3226. $y(x) = ax^2 + c$, punkten $(0, 4) \Rightarrow c = 4$, punkten $(4, 0)$ ger $a = -0.25$
 $y(x) = 4 - 0.25x^2$

3228. a) 3 m

b)

$$h_K(t) = 0 \text{ då } 3 + 4t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 0.8t - 0.6 = 0 \Rightarrow t \approx 1.27 \text{ s}$$

$$h_E(t) = 0 \text{ då } 3 + 6t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 1.2t - 0.6 = 0 \Rightarrow t \approx 1.58 \text{ s}$$

c) $h_{Kmax}(0.4) = 3.8 \text{ m}$ och $h_{Emax}(0.6) = 4.8 \text{ m}$

3229. a)

$$0.67x = 0.028x^2 \Rightarrow x = 24 \text{ m}$$

b) $y(12) + 4 = 4 + 4 = 8 \text{ m}$

3231. a)

Vi har punkterna $(0, 0)$, $(123.5, 37)$ och $(247, 0)$.

Funktionen skall bli $y(x) = ax^2 + bx + c$. Punkten $(0, 0) \Rightarrow c = 0$

$$\begin{cases} a \cdot 247^2 + b \cdot 247 = 0 \\ a \cdot 123.5^2 + b \cdot 123.5 = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2.43 \cdot 10^{-3} \\ b = 0.60 \end{cases}$$

$$y(x) = -2.43 \cdot 10^{-3}x^2 + 0.60x$$

b) Samma kurva som i a), men 55 m högre upp.

$$y(x) = -2.43 \cdot 10^{-3}x^2 + 0.60x + 55$$

3230.

$$y(x) = 0.0001x^2 - 0.016x + 1.34 \Rightarrow$$

$$x^2 - 160x + 13400 = 0 \Rightarrow x = 80 \pm \sqrt{\dots}$$

Vi 80 km/h har bilen sin lägsta förbrukning.

3232.

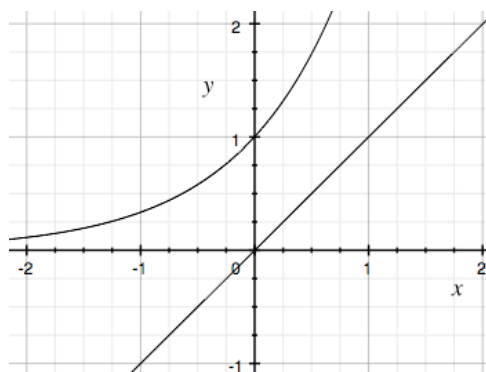
$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ a - b + c = 8 \\ 4a + 2b + c = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12b - 8c = -72 \\ 6b - 3c = -39 \end{cases} \Rightarrow -2c = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -8 \\ c = -3 \end{cases}$$

3314.

$$f(x) = 100 \cdot p^x, f(3) = 100 \cdot p^3 = 152 \Rightarrow p = \sqrt[3]{1.52} \Rightarrow$$

$$f(5) = 152 \cdot (\sqrt[3]{1.52})^5 \approx 201$$

3315.

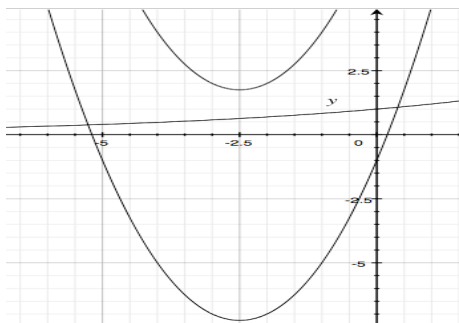


3316.

$$f(x) = b + 5 \cdot a^x \Rightarrow \begin{cases} b + 5a^2 = 0 \\ b + 5 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -8 \\ a = \sqrt{\frac{8}{5}} \end{cases} \Rightarrow f(4) = -8 + 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^2 = 4.8$$

3317. a) två rötter (egentligen 3), b) inga rötter (jo en, se nedan)

I grafen syns kurvorna: 1.2^x , $x^2 + 5x - 1$ och $x^2 + 5x + 8$.



$x^2 + 5x + 8 \approx 1.2^x$ för $x \approx 41.5$ ty exponentialkurvan kommer i längden att växa ikapp och förbi andragradskurvan.

3323. a) x är den summa som försäljningen inbringar.

$$y(x) = 15000 + 0.02x$$

b) x är det antal enheter som sålts.

$$y(x) = 14000 + 1000x$$

c) x är antalet sålda enheter.

$$y(x) = 2000x$$

3324.

a) $y(x) = 18x + 50 \Rightarrow y(5) = 140$ st

b) $y(1) = 50a^x = 68 \Rightarrow y(x) = 50 \cdot 1.36^x \Rightarrow y(5) \approx 230$ st

3325. a)

$$y(x) = (100 - 15)x - 130\,000 \text{ kr}$$

b)

$$y(x) = (100 - 15)x - 130\,000 > 0 \Rightarrow x > \frac{130\,000}{85} \approx 1530 \text{ st}$$

3326. a)

$$y(3) = 13\,000 - k3 = 7000 \Rightarrow y(t) = 13\,000 - 2000t$$

$$y(5) = 3000 \text{ kr}$$

b)

$$y(3) = 13\,000 \cdot a^3 = 7000 \Rightarrow y(3) = 13\,000 \cdot 0.817^t$$

$$y(5) \approx 4\,600 \text{ kr}$$

3327. I verkligheten närmar sig temperaturen inte 0°C utan rummets temperatur, kanske 20°C eller så.

3328.

$$0 \leq t \leq 6; y(t) = t \cdot a$$

$$6 < t \leq 12, y(t) = 6a \cdot (1 + b)^{t-6}$$

3410. a) 10^2

b) $10^{\lg 80}$

c) $10^{\lg x}$

3411. $10^1 < 75 = 10^{\lg 75} < 10^2 \Rightarrow 1 < \lg 75 < 2$

3412 a) $10^x = 2000 \Rightarrow \lg 10^x = \lg 2000 \Rightarrow x = \lg 2000 = 3 + \lg 2$

b) $10^x = 138 \Rightarrow \lg 10^x = \lg 138 \Rightarrow x = \lg 138$

c) $10^x = 4 \Rightarrow x = \lg 4$

d) $\lg x = 3 \Rightarrow x = 10^3 = 1000$

e) $\lg x = 2.9 \Rightarrow x = 10^{2.9}$

f) $\lg x = 0.2 \Rightarrow x = 10^{0.2}$

3413. a) $\lg x - 1 = 5 \Rightarrow \lg x = 6 \Rightarrow x = 10^6 = 1\,000\,000$

b) $\lg x + 4 = 2.5 \Rightarrow \lg x = -1.5 \Rightarrow x = 10^{-1.5}$

c) $25 - 10^x = 10 \Rightarrow 10^x = 15 \Rightarrow x = \lg 15$

d) $10^{-1} + \lg x = 1 \Rightarrow \lg x = 0.9 \Rightarrow x = 10^{0.9}$

e) $10^x + 10^2 = 900 \Rightarrow 10^x = 800 \Rightarrow x = \lg 800$

f) $\lg x - 1.3 = 2.3 \Rightarrow \lg x = 3.6 \Rightarrow x = 10^{3.6}$

3414. a) $\lg(x + 5) = 3 \Rightarrow x + 5 = 10^3 = 1000 \Rightarrow x = 995$

b) $10^{4x} = 120 \Rightarrow 4x \lg 10 = \lg 120 \Rightarrow x = \frac{\lg 120}{4}$

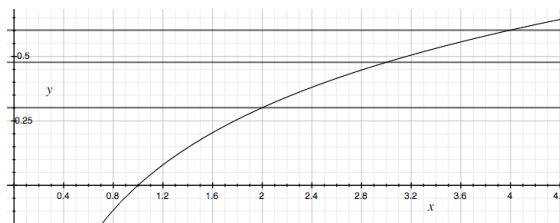
c) $\lg(x - 8) = 1.5 \Rightarrow x - 8 = 10^{1.5} \Rightarrow x = 10^{1.5} + 8$

d) $10^{0.5x} + 10^3 = 10^4 \Rightarrow 10^{0.5x} = 9000 \Rightarrow 0.5x = \lg 9000 \Rightarrow x = 2 \lg 9000$

e) $\lg(2x + 3) = -1 \Rightarrow 2x + 3 = 0.1 \Rightarrow x = -1.45$

f) $\lg(2 - x) = 1.8 \Rightarrow 2 - x = 10^{1.8} \Rightarrow x = 2 - 10^{1.8}$

3415.



a) $\lg 2 \approx 0.30$

b) $\lg 3 \approx 0.48$

c) $\lg 4 \approx 0.60$

3416. Hon har rätt. Casandra vet att $\lg 10000 = \lg 10^4 = 4$ därför antar hon att $\lg 9716 \approx 4$.

3417. a) $10^{-2} = 0.4 \lg x \Rightarrow x = 10^{\frac{10^{-2}}{0.4}} \approx 1.059$

b) $\lg 10^{-5} = k \cdot \lg 100 \Rightarrow -5 = k \cdot 2 \Rightarrow k = -2.5$

3418.

$$\begin{cases} c + p \cdot \lg 1 = 6 \\ c + p \cdot \lg 12 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ p = \frac{9}{\lg 12} \end{cases} \Rightarrow f(25) \approx 17.7$$

3419. a) $\lg 100x = \lg 100 + \lg x = 2 + \lg x$

b) $\lg \frac{x}{10} = \lg x - \lg 10 = \lg x - 1$

c) $\lg 1000^x = x \lg 1000 = 3x$

3420. a) $\lg 14x - \lg 7 = \lg \frac{14x}{7} = \lg 2x$

b) $\lg y + \lg \frac{10}{y} = \lg y + \lg 10 - \lg y = 1$

c) $\lg 500 + \lg 2 = \lg 1000 = 3$

3421. a) $\lg 2 + \lg 5 = \lg(2 \cdot 5) = \lg 10 = 1$

b) $\lg 200 - \lg 2 = \lg 100 + \lg 2 - \lg 2 = \lg 100 = 2$

c) $3 \lg 2 = \lg 2^3 = \lg 8$

3422. a) $\lg \sqrt{10} = \lg 10^{0.5} = 0.5 \lg 10 = 0.5$

b) $\lg 10\sqrt{1000} = \lg 10 + \lg 1000^{0.5} = 1 + 0.5 \lg 1000 = 2.5$

c) $\lg \frac{1}{\sqrt{10}} = \lg 10^{-0.5} = -0.5 \lg 10 = -0.5$

$$3423. \text{ a) } \lg 10y^2 - \lg y = \lg 10 + 2 \lg y - \lg y = 1 + \lg y$$

$$\text{b) } \lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$$

$$\text{c) } \lg(25 + 4) = \lg 29$$

$$3424. \text{ a) } \lg x^2 + \lg x^3 = 2 \lg x + 3 \lg x = 5 \lg x$$

$$\text{b) } \lg xy - \lg x - \lg y = \lg x + \lg y - \lg x - \lg y = 0$$

$$3425. \text{ a) } \lg \frac{10}{x} + \lg x = \lg 10 - \lg x + \lg x = 1$$

$$\text{b) } \lg(x10^x) - \lg(100x) = \lg x + x \lg 10 - \lg 100 - \lg x = x - 2$$

3432.

$$10^{\lg a^2} = 10^{2 \lg a} = 100^{\lg a} \text{ VSV}$$

$$3433. \text{ a) } 2 \lg x = \lg x + \lg 2 \Rightarrow \lg x = \lg 2 \Rightarrow x = 2$$

b)

$$\begin{aligned} \lg(x-2) + \lg(x+2) &= \lg 5 \Rightarrow \lg(x-2)(x+2) = \lg 5 \Rightarrow \\ x^2 - 4 &= 5 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ } (-3 \text{ ej möjlig}) \end{aligned}$$

3434.

$$(\lg x)^2 - 3 \cdot \lg x - 4 = 0 \Rightarrow \lg x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = \begin{cases} 4 \Rightarrow x = 10\,000 \\ -1 \Rightarrow x = 0.1 \end{cases}$$

3435.

$$10^{(\lg x)/2} = 10^{\lg x^{1/2}} = x^{1/2} = \sqrt{x}$$

$$3444. \text{ pH}_{\text{havsvatten}} \approx 8.3 \Rightarrow \text{hårshampo} \text{ är mycket surare (fel i bokens svar)}$$

3445.

$$125 = 10 \lg \frac{p_{\text{trumpet}}}{p_0} \Rightarrow 10 \lg \frac{3p_{\text{trumpet}}}{p_0} = 10 \left(\lg \frac{p_{\text{trumpet}}}{p_0} + \lg 3 \right) \approx 130 \text{ dB}$$

$$3446. \frac{1}{3} \text{ pH} \approx 6 \text{ och } \frac{2}{3} \text{ pH} \approx 8 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 10^{-6} + \frac{2}{3} \cdot 10^{-8} \Rightarrow \text{pH} \approx 6.5$$

3457.

$$\begin{cases} 10^y - 2^{4x} = 0 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases} \Rightarrow 10^y = 2^{4x} \Rightarrow y = 4x \lg 2 \Rightarrow 2x + 3 \cdot 4x \lg 2 = 15$$

$$x = \frac{15}{2 + 12 \lg 2} \approx 2.67, y \approx 3.22$$

3458.

$$\lg 2^{4000} = 4000 \cdot \lg 2 \approx 1204.12 \Rightarrow 2^{4000} \approx 10^{1204} \cdot 10^{0.120} \approx 1.32 \cdot 10^{1204}$$

3470.

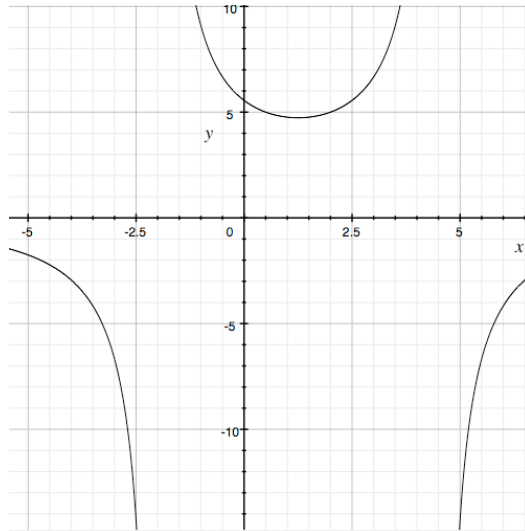
$$y = C \cdot 2^{px} \Rightarrow \begin{cases} 5 = C \cdot 2^{3p} \\ 4 = C \cdot 2^{7p} \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{5} = 2^{4p} \Rightarrow \begin{cases} p \approx -0.08 \\ C \approx 5.91 \end{cases}$$

3471.

$$T_{\text{varg}} = T_0 a^{-ct} \Rightarrow \begin{cases} 32 = 37a^{-t_0} \\ 26.9 = 37a^{-(t_0+2.92)} = 37a^{-t_0} a^{-2.92} \Rightarrow 26.9 = 32 \cdot a^{-2.92} \end{cases}$$

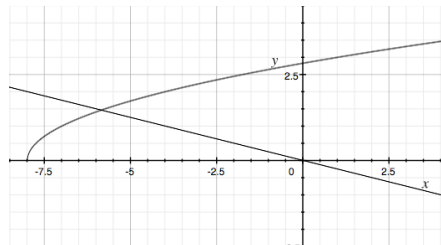
$$\begin{cases} a \approx 1.06 \\ t_0 \approx 2.44 \approx 2\text{h}27\text{min} \Rightarrow 2\text{h}27\text{min före 9:05 dvs ca 6:40} \end{cases}$$

3477.



$$x^2 - 2.5x - 9 = 0 \Rightarrow x = 1.25 \pm \sqrt{1.5625 + 9} = \begin{cases} x_1 = 4.5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

3478.

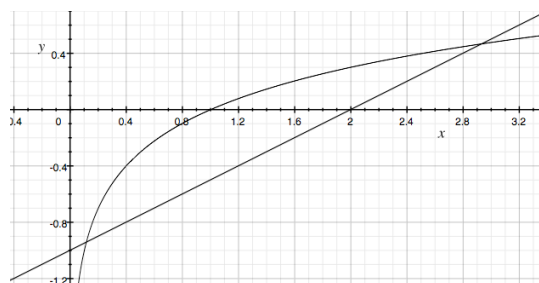


a) $f(x) \geq 0$

b) $x \geq -8$

c) $x \approx -5.86$

3479.



a) I grafen kan man se att $x \approx 0.11$ och $x \approx 2.9$.

b) $0 < x < 0.11$ eller $x > 2.9$

Test 3

1. $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$

a) $f(-2) = 2(-2)^2 - 3(-2) + 2 = 16$

b) $f(a) = 2a^2 - 3a + 2$

c) $f(2a) = 2(2a)^2 - 3 \cdot 2a + 2 = 8a^2 - 6a + 2$

d) $f(a^2) = 2(a^2)^2 - 3 \cdot a^2 + 2 = 2a^4 - 3a^2 + 2$

e) $2f(a) = 2(2a^2 - 3a + 2) = 4a^2 - 6a + 4$

f) $f(a+h) - f(a) = 2(a+h)^2 - 3(a+h) + 2 - (2a^2 - 3a + 2) =$
 $= 2(a^2 + 2ah + h^2) - 3a - 3h + 2 - 2a^2 + 3a - 2 =$
 $= 2a^2 + 4ah + 2h^2 - 3a - 3h + 2 - 2a^2 + 3a - 2 =$
 $= 4ah + 2h^2 - 3h$

2. a) Titta i grafen där $x = -4$ där är $f(x) = -5$

b) Titta i grafen där $x = 0$ där är $f(x) = 3$

c) $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ och $x_2 = -3$

d) $f(x) = 3 \Rightarrow x_1 = 0$ och $x_2 = -2$

e) En unik lösning $f(x) = a$ gäller bara då $x = -1$, då är $f(x) = 4$.

f) $f(f(1)) = f(0) = 3$

3.a) Funktionen har en min-punkt enligt:

$$f(x) = 2x^2 + 8x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{4 - 1}$$

Punkten är $(-2, 2(-2)^2 + 8(-2) + 2) = (-2, -6)$

b) Funktionen har en max-punkt enligt:

$$f(x) = -4x^2 - 16x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + \frac{7}{4} = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{4 - \frac{7}{4}}$$

Punkten är $(-2, -4(-2)^2 - 16(-2) - 7) = (-2, 9)$

4. a) $\lg 25 + \lg 4 = \lg 4 \cdot 25 = \lg 100 = 2$

b) $\lg 3 - \lg 30 = \lg \frac{3}{30} = \lg 0.1 = -1$

5a) $\lg x + \lg x^2 + \lg x^3 = \lg x + 2 \lg x + 3 \lg x = 6 \lg x$

$$\text{b) } \lg x^{\frac{1}{2}} - \lg x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \lg x - \left(-\frac{1}{3}\right) \lg x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \lg x = \frac{5}{6} \lg x$$

$$6. \text{ a) } \lg x = 3 \lg 4 - 2 \lg 9 = \lg 16 - \lg 81 = \lg \frac{16}{81} \Rightarrow x = \frac{16}{81}$$

$$\text{b) } \lg x + 2 \lg x = \lg 8 \Rightarrow \lg x + \lg x^2 = \lg 8 \Rightarrow \lg x^3 = \lg 8 \Rightarrow x = 2$$

7.

$$y = C \cdot 2^{px} \Rightarrow \begin{cases} 4 = C \cdot 2^{p \cdot 0} \\ 32 = C \cdot 2^p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 4 \\ 32 = 4 \cdot 2^p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 4 \\ p = 3 \end{cases} \Rightarrow y = 4 \cdot 2^{3x}$$

$$8. 5^x = 2^{2x+1} \Rightarrow \lg 5^x = \lg 2^{2x+1} \Rightarrow x \lg 5 = (2x+1) \lg 2 \Rightarrow x \lg 5 = 2x \lg 2 + \lg 2 \Rightarrow$$

$$x \lg 5 - 2x \lg 2 = x(\lg 5 - 2 \lg 2) = \lg 2 \Rightarrow x = \frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg 4} = \frac{\lg 2}{\lg 1.25}$$

$$9. y(x) = 2x^2 - 4x - 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 2.5 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{1 + 2.5} = \begin{cases} -0.87 \\ 2.87 \end{cases}$$

$$10. 2x^{0.6} - 3 = 5 \Rightarrow x^{0.6} = 4 \Rightarrow x = 4^{\frac{1}{0.6}} \Rightarrow x \approx 10.1$$

$$11. 2 \lg x + 3 \lg x = 8 \Rightarrow 5 \lg x = 8 \Rightarrow x = 10^{\frac{8}{5}} \approx 39.8$$

$$12. \text{ a) } 4^x = 7 \Rightarrow \lg 4^x = \lg 7 \Rightarrow x \lg 4 = \lg 7 \Rightarrow x = \frac{\lg 7}{\lg 4} \approx 1.4$$

$$\text{b) } 100 \cdot 1.05^x = 300 \Rightarrow 1.05^x = 3 \Rightarrow x = \frac{\lg 3}{\lg 1.05} \approx 22.5$$

13. (fel i bokens facit)

$$y = C \cdot a^x \Rightarrow \begin{cases} 2 = C \cdot a^0 \\ 6 = C \cdot a^6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \\ 6 = 2 \cdot a^6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \\ a = \sqrt[6]{3} \end{cases} \Rightarrow y = 2 \cdot (\sqrt[6]{3})^x$$

14. a)

$$2 \cdot 2^x = 2^{x+1} = 2^{3x-4} \Rightarrow x+1 = 3x-4 \Rightarrow x = 2.5$$

b)

$$\lg x^2 - 10^{-0.8} = \lg x \Rightarrow \lg x = 10^{-0.8} \Rightarrow x = 10^{10^{-0.8}} \approx 1.44$$

c)

$$5^{6x} = 3 \cdot 5^{2x} \Rightarrow 5^{4x} = 3 \Rightarrow x = \frac{1 \lg 3}{4 \lg 5} \approx 0.171$$

15.

$$y(t) = 4 \cdot 0.5^{\frac{x}{1600}} \Rightarrow y(200) = 4 \cdot 0.5^{\frac{200}{1600}} \approx 3.7 \text{ mg}$$

16.

$$\lg(x+1) = 2 \lg x \Leftrightarrow \lg(x+1) = \lg x^2 \Rightarrow x+1 = x^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \begin{cases} 1.62 \\ (-0.62 \text{ falsk rot}) \end{cases}$$

17.

$$1.2 = 1.013^x \Rightarrow x = \frac{\lg 1.2}{\lg 1.013} \approx 14 \text{ år}$$

18.

$$\begin{cases} 5 = ka \\ 20 = ka^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ k = 1.25 \end{cases} \Rightarrow y(x) = 1.25 \cdot 4^x$$

19.

$$M = \frac{2}{3}(\lg E - 4.2) \Rightarrow 7\frac{3}{2} + 4.2 = \lg E \Rightarrow E = 5 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

20.

$$N(t) = 8 \cdot 2^t \Rightarrow 10^6 = 8 \cdot 2^t \Rightarrow t = \frac{\lg 10^6/8}{\lg 2} \approx 17 \text{ dygn}$$

21.

$$115 = 10 \lg \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10 \lg \frac{2 \cdot I}{10^{-12}} = 10 \left(\lg \frac{I}{10^{-12}} + \lg 2 \right) \approx 115 + 10 \lg 2 \approx 118 \text{ dB}$$

Blandade uppgifter i kapitel 3

1. $f(x) = (x + 3)^2$

a) $f(4) = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

b) $f(x) = (x + 3)^2 = 9 \Rightarrow x + 3 = \pm 3 \Rightarrow x = -3 \pm 3 \Rightarrow x_1 = -6 \text{ och } x_2 = 0$

c) $f(a + 2) = ((a + 2) + 3)^2 = (a + 5)^2 = a^2 + 10a + 25$

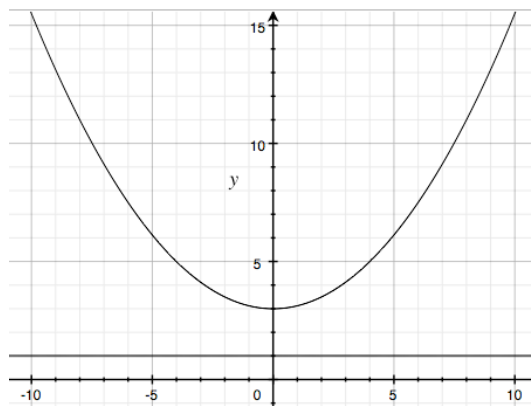
d) $f(0) + f(1) = (0 + 3)^2 + (1 + 3)^2 = 25, f(2) = (2 + 3)^2 = 25$

Nej, ty $f(0) + f(1) = f(2)$

2. Avståndet från en punkt (x, y) på kurvan till focus skall vara lika långt som avståndet från punkten till styrlinjen $y = 1$, dvs $\sqrt{(y - 5)^2 + x^2} = y - 1 \Rightarrow$

$$(y - 5)^2 + x^2 = (y - 1)^2 \Rightarrow$$

$$y^2 - 10y + 25 + x^2 = y^2 - 2y + 1 \Rightarrow y = \frac{x^2}{8} + 3$$



3. $y_1 = x^2 - 4x + 3$ och $y_2 = 3 - x$

a) $y_1 = 0$ då $x = 1$ och då $x = 3$

b) $1 < x < 3$

c) Graferna möts då $x = 0$ och då $x = 3$.

d) $y_1 > 3$ då $x < 0$ eller $x > 4$.

e) Linjen ligger under parabeln då $x < 0$ eller då $x > 3$.

f) Linjen y_2 ligger under x -axeln då $x > 3$.

$$4. y = 8x - x^2 + 20 \Rightarrow 8x - x^2 + 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4^2 + 20} = 4 \pm 6 = \begin{cases} 10 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow \text{vertex i } (4, 36)$$

5 a) $x^5 = 15 \Rightarrow x = 15^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{15} \approx 1.72$

b) $6^x = 12 \Rightarrow \lg 6^x = \lg 12 \Rightarrow x \lg 6 = \lg 12 \Rightarrow x = \frac{\lg 12}{\lg 6} \approx 1.39$

c) $\lg x = -0.35 \Rightarrow 10^{\lg x} = 10^{-0.35} \Rightarrow x = 10^{-0.35} \approx 0.447$

d) $10^x = 2.3 \Rightarrow \lg 10^x = x = \lg 2.3 \approx 0.362$

e) $8^{0.5x} = 10 \Rightarrow \lg 8^{0.5x} = \lg 10 \Rightarrow 0.5x \lg 8 = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{\lg 8} \approx 2.21$

f) $\lg 5x = 3 \Rightarrow 5x = 10^3 = 1000 \Rightarrow x = 200$

6. a)

$$y(5) = 18\,000 \cdot 0.8^5 \approx 5900 \text{ kr}$$

b)

$$0.4 \cdot 18\,000 = 18\,000 \cdot 0.8^x \Rightarrow x = \frac{\lg 0.4}{\lg 0.8} \approx 4.1 \text{ år}$$

7.

$$y_1 = k \cdot 1.2^x \text{ och } y_2 = b^x$$

$$y_2 \text{ måste vara den röda funktionen eftersom } y_2(0) = 1$$

$$y_2(4) = b^4 = 5 \Rightarrow b = \sqrt[4]{5} \approx 1.5$$

$$y_1(0) = 2 \Rightarrow k = 2$$

8. $1.06^x = 2 \Rightarrow x = \frac{\lg 2}{\lg 1.06} \approx 11.9 \text{ år}$

9. a) $x^4 + 10 = 30 \Rightarrow x^4 = 20 \Rightarrow x = \sqrt[4]{20} \approx \pm 2.11$

b) $5^x - 2 = 9 \Rightarrow 5^x = 11 \Rightarrow x = \frac{\lg 11}{\lg 5} \approx 1.49$

c) $10^x = 18 \Rightarrow x = \lg 18 \approx 1.26$

$$\text{d) } \lg x = 2.9 \Rightarrow x = 10^{2.9} \approx 794$$

$$\text{e) } 10 - 10^x = 4 \Rightarrow 10^x = 6 \Rightarrow x = \lg 6 \approx 0.778$$

$$\text{f) } 5 \cdot x^{10} = 100 \Rightarrow x^{10} = 20 \Rightarrow x = \sqrt[10]{20} \approx 1.35$$

$$10. \text{ a) } 4 \cdot 10^{0.5x} = 20 \Rightarrow 10^{0.5x} = 5 \Rightarrow \lg 10^{0.5x} = \lg 5 \Rightarrow x = 2 \lg 5$$

$$\text{b) } 2 + \lg x = 5 \Rightarrow \lg x = 3 \Rightarrow x = 1000$$

$$\text{c) } 8^{2x} = 32 \Rightarrow 2x \lg 8 = \lg 32 \Rightarrow x = \frac{\lg 32}{2 \lg 8} = \frac{\lg 2^5}{2 \lg 2^3} = \frac{5 \lg 2}{6 \lg 2} = \frac{5}{6}$$

$$\text{d) } 10^2 + 10^{2x} = 10^3 \Rightarrow 100 + 10^{2x} = 1000 \Rightarrow 10^{2x} = 900 \Rightarrow x = \frac{\lg 900}{2} \approx 1.48$$

$$\text{e) } 25 \cdot x^{20} = 100 \Rightarrow x^{20} = 4 \Rightarrow \lg x = \frac{\lg 4}{20} \Rightarrow x = 10^{\frac{\lg 4}{20}} \approx 1.07$$

$$\text{f) } x^{0.5} = \sqrt{x} = 10 \Rightarrow x = 100$$

$$11. 12 \cdot 0.5^{\frac{16}{20}} \approx 6.9 \text{ mg}$$

$$12. \text{ a) } 710 = 800 \cdot p^4 \Rightarrow p \approx 0.97 \Rightarrow 2.9 \%/\text{\AA r}$$

$$\text{b) } 800 \cdot p^7 = 650 \text{ MWh}$$

$$\text{c) } 800 \cdot p^x = 0.7 \cdot 800 \Rightarrow x = \frac{\lg 0.7}{\lg p} \approx 12 \text{ \AA r}$$

$$13. \text{ a) } f(x) = 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{1+3} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 - 6 = -8 \Rightarrow \text{Vertex i } (1, -8)$$

$$14. \text{ a) } 10^x \cdot 10^2 = 640 \Rightarrow 10^x = 6.4 \Rightarrow x = \lg 6.4 \approx 0.806$$

$$\text{b) } \lg x = 3.2 \Rightarrow x = 10^{3.2} \approx 1580$$

$$\text{c) } x^8 = 100 \Rightarrow x = \sqrt[8]{100} \approx 1.78$$

$$\text{d) } 7^x - 2 = 16 \Rightarrow 7^x = 18 \Rightarrow x \lg 7 = \lg 18 \Rightarrow x = \frac{\lg 18}{\lg 7} \approx 1.49$$

$$\text{e) } 5x^{0.2} = 20 \Rightarrow x^{0.2} = 4 \Rightarrow x = 4^5 = 1024$$

$$\text{f) } 0.5 \cdot \lg x = 1.7 \Rightarrow \lg x = 3.4 \Rightarrow x = 10^{3.4} \approx 2510$$

$$15. \text{ a) } 10^{2.5x} = 500 \Rightarrow 2.5x \lg 10 = \lg 500 \Rightarrow x = \frac{\lg 500}{2.5} \approx 1.08$$

$$\text{b) } 8 - 2^{4x} = 2 \Rightarrow 2^{4x} = 6 \Rightarrow 4x \lg 2 = \lg 6 \Rightarrow x = \frac{\lg 6}{4 \lg 2} \approx 0.646$$

c) $x^3 x^4 = x^7 = 1000 \Rightarrow x = \sqrt[7]{1000} \approx 2.68$

d) $\lg x - 0.4 = 1.6 \Rightarrow \lg x = 2 \Rightarrow x = 100$

e) $0.2^x = 0.1 \Rightarrow x \lg 0.2 = \lg 0.1 \Rightarrow x = \frac{\lg 0.1}{\lg 0.2} \approx 1.43$

f) $\lg x + 1 = 0 \Rightarrow \lg x = -1 \Rightarrow x = 0.1$

16. a) 32 miljoner

b) $V(t) = 32 \cdot 10^{0.1072 \cdot 5} \approx 110$ miljoner

c) $10^{0.1072} \approx 1.28$ dvs 28 %

17. $5^{x+1} = 14^x \Rightarrow (x+1) \lg 5 = x \lg 14 \Rightarrow x(\lg 14 - \lg 5) = \lg 5 \Rightarrow x = \frac{\lg 5}{\lg 14 - \lg 5} \approx 1.56$

18. $T(t) = 1000 \cdot a^{-2} = 250 \Rightarrow -2 \lg a = \lg \frac{250}{1000} \Rightarrow \lg a = \frac{1}{2} \lg 4 = \lg 2$

$$T(t) = 1000 \cdot 2^{-t} = 400 \Rightarrow t \approx 13:19$$

19. a) $110\,000 = 150\,000 - 20\,000t$ eller $y(x) = 150\,000 - 20\,000x$

b) $110\,000 = 150\,000 \cdot a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{11}{15} \Rightarrow y(x) = 150\,000 \cdot 0.856^x$

c) $y(5) = 150\,000 - 20\,000 \cdot 5 = 50\,000$

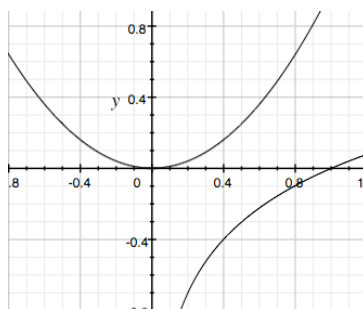
d) $y(5) = 150\,000 \cdot 0.856^5 \approx 69\,000$

20. a) $\text{pH} = -\lg(2.2 \cdot 10^{-5}) \approx 4.7$

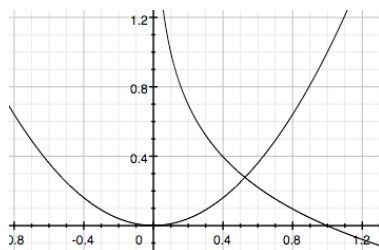
b) $\text{pH} = -\lg(0.045 \cdot 10^{-5}) \approx 6.3$

c) $-\lg(C) = 7 \Rightarrow C = 10^{-7} \text{ mol/dm}^3$

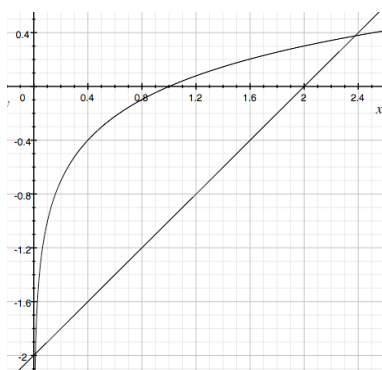
21. a) Ingen rot:



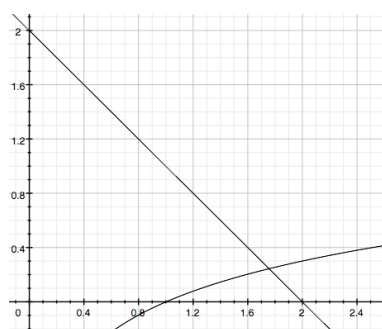
b) En rot:



c) Två rötter:

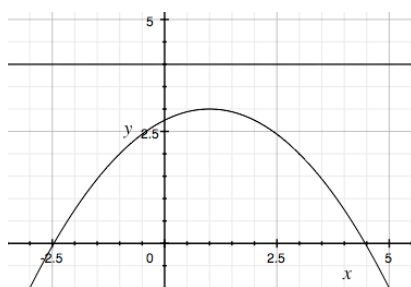


d) En rot:



$$22. y - 4 = \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2} \Rightarrow y^2 - 8y + 16 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \Rightarrow$$

$$4y = -x^2 - 2x + 11 \Rightarrow y = -\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + \frac{11}{4}$$



$$23. 2^{4x+1} = 32768 = 2^{15} \Rightarrow 4x + 1 = 15 \Rightarrow 4x = 14 \Rightarrow x = 3.5$$

$$24. n(t) = n_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$a) n(t) = n_0 2^{-\frac{5}{4}} \Rightarrow 2^{-\frac{5}{4}} \approx 42 \%$$

$$b) 2^{-\frac{48}{4}} \approx 0.024 \%$$

$$c) 2^{-\frac{t}{4}} = 0.8 \Rightarrow t = -4 \frac{\lg 0.8}{\lg 2} \approx 1.3 \text{ h}$$

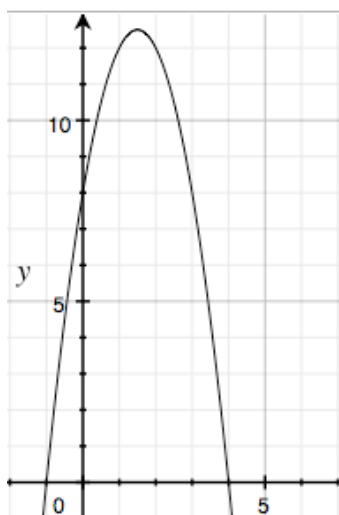
$$d) t = -4 \frac{\lg 0.1}{\lg 2} \approx 13 \text{ h}$$

25. Anna har gjort fel. Sådär skall det vara:

$$-2x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1.5 \pm \sqrt{2.25 + 4} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Symmetrilinjen är $x = 1.5$.

(Bokens förslag till lösning är också fel. Teckenslarv.)



$$26. y(x) = x^2 + 4x + 6$$

$$a) y(x) = x^2 + 4x + 6 = 3 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{4 - 3} = -2 \pm 1$$

Det x -värden där funktionens värde =3.

$$b) x^2 + 4x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{4 - 6} = -2 \pm i\sqrt{2} \text{ Det finns ingen reell rot.}$$

$$c) x^2 + 4x + 6 = a \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{4 - (6 - a)} \Rightarrow a = 2 \text{ ger dubbelrot.}$$

$$27 a) 0.87^x > 1.2 \Rightarrow x \lg 0.87 > \lg 1.2 \Rightarrow x < \frac{\lg 1.2}{\lg 0.87} \approx -1.3 \text{ Olikheten vänds då } \lg 0.87 < 0.$$

$$b) \lg(2x) < 0.8 \Rightarrow \lg 2 + \lg x < 0.8 \Rightarrow \lg x < 0.8 - \lg 2 \Rightarrow x < 10^{0.8 - \lg 2} \Rightarrow 0 < x < 3.2$$

$$28. a) \lg x = 1 + 2 \lg 3 = \lg 10 + \lg 3^2 = \lg 90 \Rightarrow x = 90$$

$$b) \lg(\lg x) = -1 \Rightarrow \lg x = 0.1 \Rightarrow x = 10^{0.1} \approx 1.26$$

$$29. a) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5700}} = 0.78 \Rightarrow \frac{t}{5700} \lg 0.5 = \lg 0.78 \Rightarrow t = 5700 \frac{\lg 0.78}{\lg 0.5} \approx 2000 \text{ år}$$

$$b) = 5700 \frac{\lg 0.55}{\lg 0.5} \approx 4900 \text{ år}$$

$$30. h(t) = 10.5 + 9.8t - 4.9 t^2$$

$$a) h(t) = 10.5 + 9.8t - 4.9 t^2 = 15 \Rightarrow 4.9 t^2 - 9.8t + 4.5 = 0 \Rightarrow$$

$$t^2 - \frac{9.8}{4.9}t + \frac{4.5}{4.9} = 0 \Rightarrow t \approx 1 \pm \sqrt{1 - 0.92} \Rightarrow \begin{cases} t_1 \approx 0.71 \text{ s} \\ t_2 \approx 1.28 \text{ s} \end{cases}$$

$$b) h\left(\frac{0.71+1.28}{2}\right) = 10.5 + 9.8t - 4.9 t^2 \approx 15.4 \text{ m}$$

$$31. a) z(24) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{24}{16}} \approx 1.4 \text{ mg} \approx 35 \%$$

$$b) 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{16}} = 3 \text{ mg} \Rightarrow \frac{t}{16} \lg \frac{1}{2} = \lg \frac{3}{4} \Rightarrow t = 16 \frac{\lg 3 - \lg 4}{-\lg 2} \approx 6.6 \text{ h}$$

$$32. a) M = m + 5 - 5 \lg r = 1.58 + 5 - 5 \lg \frac{48}{3.26} \approx 0.74$$

$$b) 1.4 = 1.45 + 5 - 5 \lg r \Rightarrow \lg r = \frac{1.45+5-1.4}{5} \Rightarrow r = 10^{\frac{1.45+5-1.4}{5}} \approx 10.2 \text{ parsec}$$

$$33. I(x) = 20\,000x - 500x^2 = 500x(40 - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 40 \end{cases}$$

Maxpunkten ligger mitt mellan dessa punkter, dvs $x = 20 \Rightarrow I_{\max}(20) = 200\,000 \text{ kr}$

$$34. P = 100\,000 \cdot 1.03^t \Rightarrow \lg P = \lg 100\,000 \cdot 1.03^t = \lg 100\,000 + t \lg 1.03$$

$$\lg P = 5 + t \lg 1.03 \Rightarrow t = \frac{\lg P - 5}{\lg 1.03}$$

35.

$$A(x) = x(36 - 2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 18 \end{cases}$$

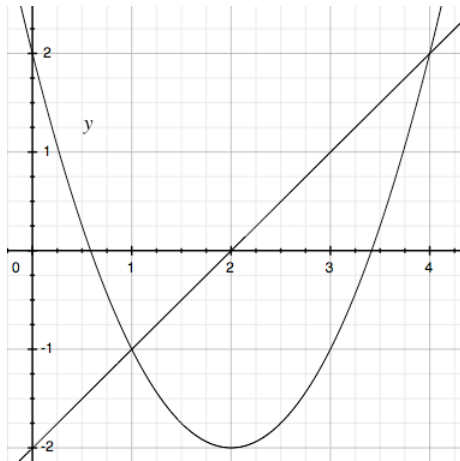
Vertex ligger mitt mellan dessa nollställan, dvs $x = 9$.

36. a) $x^2 - 4x + 2 = x - 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2.5 \pm 1.5 = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

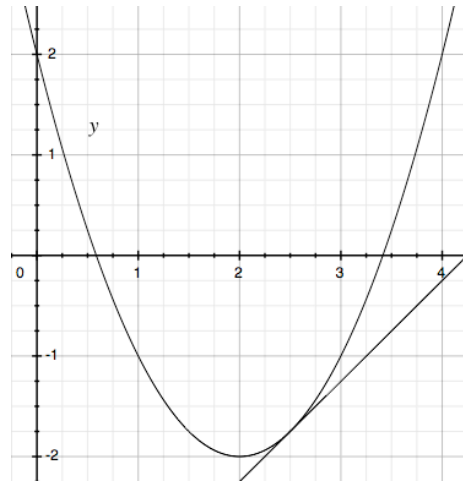
b) Skärningspunkterna mellan en linje och en parabel.

c) $x^2 - 4x + 2 = x - a \Rightarrow x^2 - 5x + 2 + a = 0 \Rightarrow x = 2.5 \pm \sqrt{6.25 - 2 - a} \Rightarrow a = 4.25$
 Linjen ligger så att den tangerar parabeln.

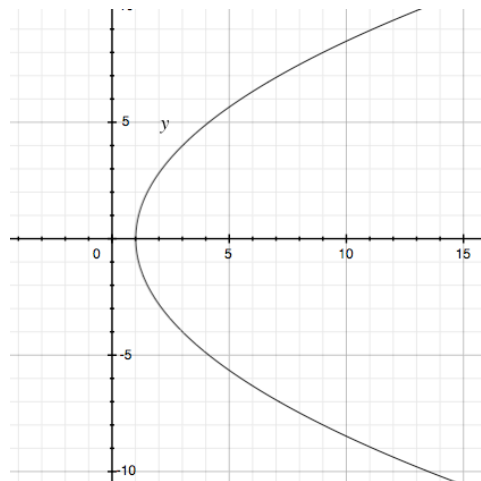
Figur b)



Figur c)



37. $(x + 1)^2 = (x - 3)^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9 + y^2 \Rightarrow y^2 = 8x - 8$



38. $f(x) = x^2 - 1, g(x) = 2x + 1$

x	$f(x)$	$g(x)$	$g(f(x))$	$f(g(x))$
	$x^2 - 1$	$2x + 1$	$2(x^2 - 1) + 1$	$(2x + 1)^2 - 1$
3	8	7	17	48
0	-1	1	-1	0

39. $f(x) = Ab^x, f(9) = 1.25f(8), f(2) = 25$

$$\begin{cases} Ab^9 = 1.25Ab^8 \\ Ab^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1.25 \\ Ab^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1.25 \\ A1.5625 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1.25 \\ A = 16 \end{cases}$$

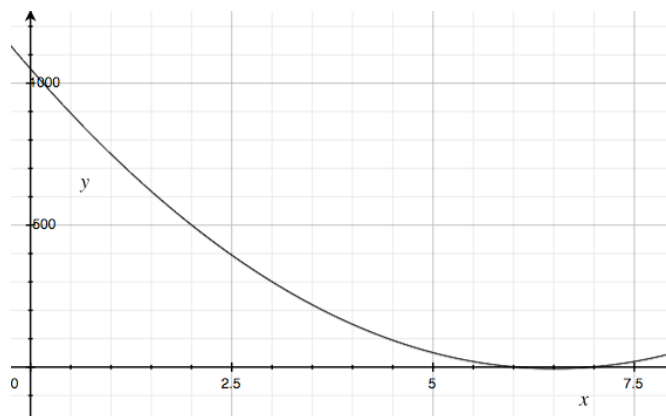
40.

$$y(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} y(0) = 1050 = c \\ y(1) = 750 = a + b + c \\ y(2) = 500 = 4a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1050 \\ a = 25 \\ b = -325 \end{cases}$$

a)

$$y(x) = 25x^2 - 325x + 1050$$

b)



$$y(x) = 25x^2 - 325x + 1050 = 0 \text{ då } x^2 - 13x + 42 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 7 \end{cases}$$

Kan bara vara giltig upp till 6 km.

c)

$$y(x) = 25x^2 - 325x + 1050 = 300 \Rightarrow x = 3 \text{ km}$$

$$41. (x-9)\lg x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x-9 < 0 \text{ när } x < 9 \\ \lg x < 0 \text{ när } x < 1 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 9$$

$$42. a) 3^{2x} + 3^x = 6 \Rightarrow (3^x)^2 + 3^x - 6 = 0 \Rightarrow 3^x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$3^x = 2 \Rightarrow x = \frac{\lg 2}{\lg 3} \approx 0.63$$

$$b) 4^x = 2^x + 2 \Rightarrow (2^x)^2 - 2^x - 2 = 0 \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2} = \frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$43. A = x(36-x) + (x+2)(34-x) = 68 + 68x - 2x^2$$

$$\frac{dA}{dx} = 68 - 4x = 0 \Rightarrow x = 17 \text{ dvs } A_{\max} = 646 \text{ cm}^2$$

$$44. \begin{cases} 3^{2x+y} = 243 = 3^5 \\ 2^{4x-y} = 8192 = 2^{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y = 5 \\ 4x-y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 18 \\ -3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$45. \begin{cases} x^y = 2 \\ (2x^2)^{3y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \lg x = \lg 2 \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{\lg 2}{\lg x} = \frac{\lg 2}{\lg \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\lg 2}{-\frac{1}{2} \lg 2} = -2 \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 4.5$$

$$46. \text{ a) } \lg d = 6.9 - 2 \lg f \Rightarrow \lg d = 6.9 - 2 \lg(2450 \text{ MHz}) \Rightarrow d \approx 1.32 \text{ cm}$$

$$\text{ b) } \lg d = 6.9 - 2 \lg f = \lg 10^{6.9} - \lg f^2 = \lg \frac{10^{6.9}}{f^2} \Rightarrow d = 10^{6.9} \cdot f^{-2}$$

47. För en punkt (x, y) på parabeln gäller:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + px + p^2 = x^2 - px + p^2 + y^2 \Rightarrow 2px = y^2 \text{ VSV}$$