

Ma2c - Prövning nr. 3 (av 9) för betyget E - Geometri

Hjälpmedel : Papper, penna, sudd, formelblad och kalkylator

Obs! Minsta slarvfel kan ge underkänt. Nytt försök tidigast om en vecka.

En kurva erhålls om man ritar grafen $y = f(x)$ i ett koordinatsystem där $f(x)$ är en funktion av något slag. Ett exempel på en funktion är den räta linjen vars allmänna form är $f(x) = kx + m$ där k är linjens riktningskoefficient, som anger linjens lutning ($\Delta y / \Delta x = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$), och m är y -koordinaten för linjens skärning med y -axeln (dvs $f(0)$).

Enpunktform
$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

Räta linjens ekvation i enpunktform används för att beräkna räta linjens ekvation då riktningskoefficienten, k , och en punkt, (x_1, y_1) , på linjen är givna.

En bisektris utgår från en vinkelspets och delar vinkeln i två lika stora delar, se Ex. 1.

En korda är sträckan mellan två punkter på en cirkel, se Ex. 1. Diameter är ett specialfall av en korda.

För beteckningar etc. av vinklar se Ex. 1 och Fig. 1 nedan. Vinkelsumman i en triangel är 180° . Sidovinklar kallas två vinklar vars summa är 180° . Likabelägna vinklar är lika stora och har samma läge i förhållande till två parallella linjer. Om två linjer skär varandra kallas motstående vinklar för vertikalkvinklar. För alternativvinklar se Ex. 1.

Yttervinkelsatsen säger att summan av två vinklar i en triangel är lika med den tredje vinkelns sidovinkel.

Två objekt är likformiga om de har samma form men olika storlek.

Två objekt är kongruenta om de har samma form och storlek.

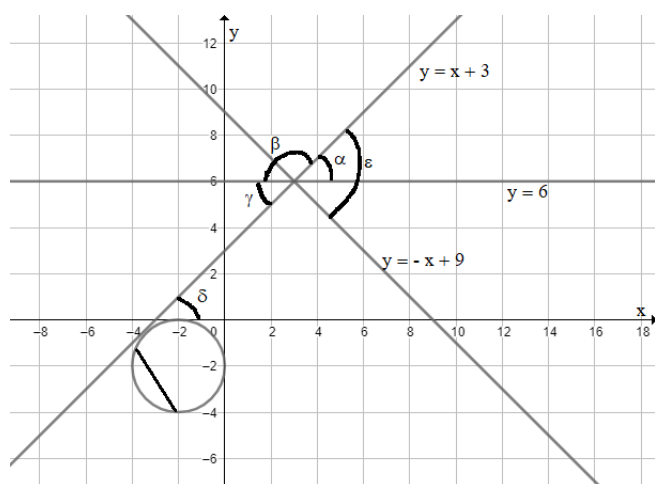
© Tomas och Wille (SSIS). Missbruk beivras.

Skriv av följande exempel och betänk hur ekvationerna och ekvations-systemen har lösts:

Ex.1 Rita en och endast en figur som innehåller följande

- Two straight lines that intersect in the first quadrant. Give the equations of the lines.
- Two vertical angles.
- Two alternate angles.
- A bisector of one of the angles that appear in a) that have arisen.
- Two adjacent angles.
- Two congruent angles by drawing two parallel lines in the figure.
- A chord in a circle with radius 2 l. e. and center at $(-2, -2)$.

Lösning



- The two straight lines have the equations $y = x + 3$ and $y = -x + 9$ which intersect at the point $(3, 6)$.
- α and γ are vertical angles.
- γ and δ are alternate angles.
- The line $y = 6$, $x \geq 3$, is the bisector of the angle ϵ .
- α and β are adjacent angles.
- α and δ are congruent angles.
- A chord has been drawn in black in the circle.

© Tomas och Wille (SSIS). Missbruk beivras.

Ex.2 En rät linje gå genom punkterna $(21, 3)$ och $(14, 6)$. Bestäm linjens

- k -värde
- m -värde
- ekvation
- Ligger punkten $(12, 0)$ på linjen?

Lösning:

$$\text{a) } k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 6}{21 - 14} = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$$

b) $f(x) = kx + m \Rightarrow m = f(x) - kx = \{\text{välj tex. punkten } (14, 6) \text{ och sätt in}$

$$\text{x-koordinaten}\} = f(14) - \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 14 = \{f(14) = 6\} = 6 + \frac{42}{7} = 6 + 6 = 12$$

$$\text{c) } y = -\frac{3}{7}x + 12$$

$$\text{d) } f(12) = -\frac{3}{7} \cdot 12 + 12 = -\frac{36}{7} + 12 = \frac{-36 + 84}{7} = \frac{48}{7} \neq 0 \quad \text{Svar: NEJ}$$

Ex.3 En rät linje har riktningskoefficienten $k = 3$ och går genom punkten $(2, -4)$. Bestäm linjens ekvation.

Lösning: Enpunktsformen $y - y_1 = k(x - x_1)$ ger:

$$y - (-4) = 3(x - 2)$$

$$y + 4 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 10$$

Ex.4 Är följande objekt likformiga eller kongruenta?

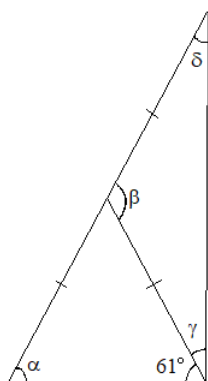
- Cirkelformade vägskyltar
- De nya svenka mynten
- Fotbollsplanerna som användes under VM
- Billys panpizzor.

© Tomas och Wille (SSIS). Missbruk beivras.

Lösning:

- Cirkelformade vägs skyltar är kongruenta förutsatt att de alla är lika stora.
- De nya svenka mynten är likformiga eftersom de alla är runda men av olika storlek.
- Fotbollsplanerna som användes under VM är likformiga eftersom de har samma form men inte exakt samma storlek. Enligt FIFAs regler kan fotbollsplaner ha olika mått bara de håller sig inom vissa gränser.
- Billys panpizzor är kongruenta (med en viss marginal).

Ex.5 Man har markerat lika långa sidor i figuren. Bestäm



- vinkel α
- vinkel β
- vinkel γ
- vinkel δ

Lösning:

- Basvinklar i likbent triangel $\Rightarrow \alpha = 61^\circ$
- Ytternvinkelsatsen $\Rightarrow \beta = \alpha + 61^\circ = 122^\circ$
- Vinkelsumma i triangel $\Rightarrow \gamma = \frac{180^\circ - \beta}{2} = \frac{58^\circ}{2} = 29^\circ$
- Basvinklar i likbent triangel $\Rightarrow \delta = \gamma = 29^\circ$

Redovisa fullständiga, korrekta lösningar av följande uppgifter för betyget E:

1. Rita en och endast en figur som innehåller följande
 - a) Två räta linjer som skär varandra i första kvadranten. Ange linjernas ekvationer.
 - b) Två vertikalvinklar.
 - c) Två alternativvinklar.
 - d) En bisektris till någon av de i a) uppkomna vinklarna.
 - e) Två sidorvinklar.
 - f) Två likabelägna vinklar genom att dra två parallella linjer i figuren.
 - g) En korda i en cirkel med radien 3 l. e. och medelpunkt i $(-2, -2)$.

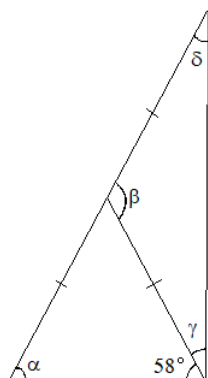
2. En rät linje går genom punkterna $(46, 7)$ och $(21, 2)$. Bestäm linjens
 - a) k -värde
 - b) m -värde
 - c) ekvation
 - d) Ligger punkten $(12, \frac{1}{5})$ på linjen?

3. En rät linje har riktningskoefficienten $k = -2$ och går genom punkten $(-1, 5)$. Bestäm linjens ekvation.

V.g.v.

© Tomas och Wille (SSIS). Missbruk beivras.

4. Man har markerat lika långa sidor i figuren. Bestäm



- a) vinkel α
- b) vinkel β
- c) vinkel γ
- d) vinkel δ