

Extra uppgifter på Arkimedes princip

Fråga 1: En båt ligger i Vänern (stor sjö med sötvatten). Båtens massa på land är 10 ton (10000 kg). Hur mycket vatten tränger båten undan? _____

Fråga 2: Om båten i fråga 1 ligger i Smögen istället (fiskeläge på Västkusten). Vi vet att havsvatten/saltvatten har högre densitet än färskvatten.

- Tränger nu båten undan större eller mindre volym vatten än när den ligger i Vänern? _____
- Tränger nu båten undan större eller mindre massa vatten än när den ligger i Vänern? _____

Fråga 3: En stock av balsaträ ligger och flyter i Delsjön. Denna typ av balsaträ har densiteten $0,50 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Hur stor andel (i %) av stocken ligger under vattenytan? _____

Fråga 4: En metallklump har tyngden 1982 N. När vi sänker ner klumpen helt i sötvatten visar vår dynamometer 1000 N.

Vattnets lyftkraft är _____ N

Hur stor tyngd har vattnet som trängs undan av klumpen? _____

Hur stor massa har vattnet som trängs undan av klumpen? _____

Hur stor volym har vattnet som trängs undan (antag att densiteten för vatten är $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)? _____

Hur stor volym har metallklumpen? _____

Fråga 5: En träbit har massan 10 kg. Dess volym är $0,012 \text{ m}^3$ ($=12 \text{ dm}^3 = 12 \text{ liter}$).

Flyter träbiten? _____

Om svar Ja: Hur stor kraft behövs för att dra ner träbiten under ytan? _____

Om svar Nej: Hur stor kraft behövs för att precis hålla träbiten flytande? _____

Fråga 6: En frukt väger exakt 1 kg. Frukten sjunker när vi placerar den i en hink med kranvatten.

a) Vi vet därför att fruktens volym inte kan vara större än _____

b) Vi vet därför att fruktens densitet måste vara högre än _____

Fråga 7: En 1000 kg tung båt ligger stilla på en lugn sjö.

Hur stor är tyngdkraften på båten? _____

Hur stor är vattnets lyftkraft på båten? _____

Hur stor är den resulterande kraften på båten? _____

Luft ger på samma sätt som en vätska upphov till en lyftkraft, dock mycket mindre. Det är därför en varmluftsballong kan flyga som exempel.

Fråga 8: En varmluftsballong med tillhörande korg väger tom 2000 kg. Den fylls med 2000 kg varmluft varpå den precis lättar från marken.

Hur stor lyftkraft har luften på ballongen? _____

Hur stor massa luft undantränger ballongen? _____

Varmluften i ballongen ersätts nu med betong. Vi har alltså en betongballong med exakt samma form och storlek som originalballongen? Hur stor är luftens lyftkraft på betongballongen? _____

Facit

Fråga 1: Lyftkraften=Tyngden undansträngt vatten. Då blir massan undanträngt vatten=massan på båten.

Massan vatten undanträngt=10 ton. Volymen ges av densitetsformeln

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{10000}{1000} = 10 \text{ m}^3$$

Fråga 2:

b) Massan undanträngt vatten=massan på båten=10 ton. Svar: Samma massa

a) Volymen ges av densitetsformeln. Densiteten är inte given. Men är högre än 1000 kg/m^3 .

T.ex 1030 kg/m^3

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{10000}{1030} \approx 9,7 < 10$$

Svar Mindre volym

Fråga 3: Massan okänd, kallas här för M. Volymen för stocken okänd, kallas här för V_s .

Volymen som ligger under vattnet=Volym undanträngt vatten= V_v . Densitet vatten skrivs ρ_v

och densitet för stocken skrivs ρ_s

Arkimedes ger oss: $F_{lyft} = \rho_v g V_v$

Stocken flyter ger oss: $F_{lyft} = Mg$

Tillsammans ger detta: $Mg = \rho_v g V_v \Rightarrow M = \rho_v V_v$

Densiteten på stocken ger: $\rho_s = \frac{M}{V_s} \Rightarrow M = \rho_s V_s$

Sätt ihop de två sista: $M = \rho_s V_s = \rho_v V_v = M$

Förenkla: $\frac{V_v}{V_s} = \frac{\rho_s}{\rho_v} = \frac{500}{1000} = 0,5 = 50\%$

Fråga 4: $F_{lyft} = F_g - \text{Utslag i vatten} = 1982 - 1000 = 982 \text{ N}$

$F_{g, \text{undanträngt vatten}} = F_{lyft} = 982 \text{ N}$

$F_g = mg \Rightarrow m = \frac{F_g}{g} = \frac{982}{9,82} = 100 \text{ kg}$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{100}{1000} = 0,10 \text{ m}^3$

Fråga 5: $\rho_{trä} = \frac{m}{V} = \frac{10}{0,012} \approx 833 \text{ kg/m}^3 < \rho_{vatten} = 1000 \text{ kg/m}^3$ Svar: Den flyter

Lyftkraften då *hela* träbiten hålls under vatten: $F_{lyft} = \rho g V = 1000 \cdot 9,82 \cdot 0,012 = 117,84 \text{ N}$

Tyngdkraft träbit: $F_g = mg = 10 \cdot 9,82 = 98,2 \text{ N}$

Kraft som behövs för att hålla ner:

$F_{hålla} + F_g = F_{lyft} \Rightarrow F_{hålla} = F_{lyft} - F_g = 117,84 - 98,2 = 19,64 \approx 20 \text{ N}$

Fråga 6:

b) $\rho_{\text{frukt}} > \rho_{\text{vatten}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ Svar: Frukten densitet måste vara större än 1000 kg/m^3

$$\text{a) } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1}{\rho_{\text{frukt}}} = \left[\rho_{\text{frukt}} > \rho_{\text{vatten}} \Rightarrow \frac{1}{\rho_{\text{frukt}}} < \frac{1}{\rho_{\text{vatten}}} \right] < \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

Svar: V är mindre än 1 dm^3

Fråga 7: $F_g = mg = 1000 \cdot 9,82 = 9820 \text{ N}$

$$F_{\text{lyft}} = F_g = 9820 \text{ N}$$

F_g och F_{lyft} är lika stora och motriktade. Den resulterande kraften blir 0 N.

Alternativ motivering: Båten accelererar inte $\Rightarrow F_{\text{res}} = 0 \text{ N}$

Fråga 8:

Den lyfter precis. Det kan motsvaras med att ballonger ”flyter” på luften:

$$F_{\text{lyft}} = F_g = mg = 4000 \cdot 9,82 = 39280 \text{ N}$$

$$F_{\text{lyft}} = F_{g, \text{undanträngd luft}} = m_{\text{undanträngd luft}} g = 39280 \text{ N}$$

$$m_{\text{undanträngd luft}} = \frac{F_{g, \text{undanträngd luft}}}{g} = \frac{39280}{9,82} = 4000 \text{ kg} \approx 4,00 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$F_{\text{lyft}} = F_{g, \text{undanträngd luft}} = m_{\text{undanträngd luft}} g = \left[\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \right] = \rho_{\text{luft}} V_{\text{undanträngd luft}} g$$

Lyftkraften är alltså beroende av volymen på föremålet. Varmluftsballoonens volymen är lika stor som betongballongens volym. Därför måste lyftkraften bli samma för de båda två.

$$F_{\text{lyft}} = 39280 \text{ N}$$

Varmluftsballoonens tyngd är lika stor som lyftkraften. Det gör att ballongen lyfter.

Betongballongens tyngd är mycket mycket större än lyftkraften och därför står den kvar på jorden.