

## Ma2c - Prövning nr. 4 (av 9) för betyget E - Ekvationer och Ekvationssystem

*Hjälpmedel : Papper, penna, sudd, formelblad och kalkylator*

*Obs! Minsta slarvfel kan ge underkänt. Nytt försök tidigast om en vecka.*

En ekvation kännetecknas av att den innehåller minst en obekant, ett likhetstecken samt ett vänster- och ett högerled. Ett ekvationssystem består av minst två ekvationer.

Lösningsmetodik för ekvationer:

Genom lämpliga omskrivningar av ekvationen skrivs den så att den obekanta - vanligen  $x, y$  eller  $z$  - står ensamt till vänster (eller höger) om likhetstecknet. Minns därvid att additioner (och subtraktioner) görs ledvis medan multiplikationer (och divisioner) må utföras på båda ledens alla termer för att likheten skall bibehållas.

Lösningsmetodik för ekvationssystem: Ett ekvationssystem kan i denna kurs lösas med hjälp av substitutionsmetoden (ex. 4 nedan), additionsmetoden (ex. 4 och 5 nedan) eller, i fallet med två ekvationer, grafiskt (ex. 4).

Skriv av följande exempel och betänk hur ekvationerna och ekvationssystemen har lösts:

Ex.1 Lös ekvationen  $3(x + 2) - 4(x - 4) = 6$

Lösning:

$$\begin{aligned}3(x + 2) - 4(x - 4) &= 6 \\3 \cdot x + 3 \cdot 2 - (4 \cdot x - 4 \cdot 4) &= 6 \\3x + 6 - 4x + 16 &= 6 \\-x + 22 &= 6 \\-x &= -16 \text{ eller } 22 - 6 = x \\x &= 16\end{aligned}$$

Ex.2 Lös ekvationerna

a)  $x - (-12) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{5} (20x - 15)$

b)  $(x - (-12)) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{5} \cdot 20x - 15$

Lösning:

a) 
$$x - (-12) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{5} (20x - 15)$$

$$x - (-4) = \frac{-2 \cdot 20x}{5} - \frac{-2 \cdot 15}{5}$$

$$x + 4 = -2 \cdot 4x - (-2) \cdot 3$$

$$x + 4 = -8x + 6$$

$$9x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{9}$$

b) 
$$(x - (-12)) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{5} \cdot 20x - 15$$

$$\frac{x + 12}{3} = \frac{(-2) \cdot 20x}{5} - 15$$

$$\frac{x + 12}{3} = (-2) \cdot 4x - 15$$

$$\frac{x + 12}{3} = -8x - 15 \quad | \cdot 3 \text{ (för att eliminera nämnaren)}$$

$$x + 12 = -24x - 45$$

$$25x = -57 \Rightarrow x = -\frac{57}{25}$$

Ex.3 Lös ekvationen  $\frac{2x}{3} + \frac{x}{4} = 2$ .

Lösning: (mgn =  $3 \cdot 4 = 12$ )  $\frac{4 \cdot 2x}{4 \cdot 3} + \frac{3 \cdot x}{3 \cdot 4} = 2$

$$\frac{8x}{12} + \frac{3x}{12} = 2$$

$$\frac{11x}{12} = 2$$

$$11x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{11}$$

Ex.4 Lös ekvationssystemet  $\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ 2x - 3y = 7 & (2) \end{cases}$

Lösning:

Additionsmetoden

$$\begin{array}{r} 3x + 3y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \\ \hline 5x = 10 \end{array}$$

$$x = 2$$

ur (1) erhålls  $2 + y = 1 \Rightarrow y = -1$

Sätt in i (2) för kontroll:  $VL = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 4 + 3 = 7 = HL$  OK!

Substitutionsmetoden

Ur (1) får man  $x = 1 - y$  vilket sätts in i (2):

$$\begin{array}{r} 2(1 - y) - 3y = 7 \\ 2 - 2y - 3y = 7 \\ -5y = 5 \\ y = -1 \end{array}$$

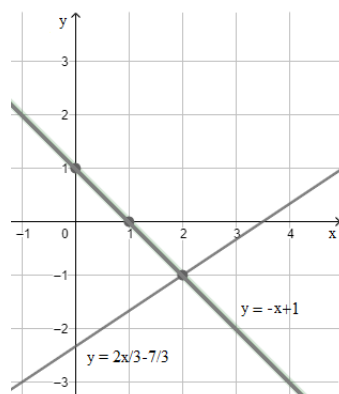
ur (1) erhålls  $x + (-1) = 1 \Rightarrow x = 2$

Kontroll som ovan!

Grafisk lösning      Lös ut  $y$  ur (1) och (2). Rita båda graferna och läs av skärningspunkten:

$$(1) \Rightarrow y = -x + 1$$

$$(2) \Rightarrow y = \frac{2x}{3} - \frac{7}{3}$$



ur figuren erhålls

$$x = 2$$

$$y = -1$$

Ex.5 Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + z = 4 & (1) \\ x + 2y - z = 1 & (2) \\ 2x + 2y - 3z = -7 & (3) \end{cases}$$

Lösning:

Additionsmetoden      Addera (1) till (2) och  $3 \cdot (1)$  till (3):

$$2x + 3y = 5 \quad (4)$$

$$5x + 5y = 5 \quad (5)$$

Multiplitera (4) med 5 och (5) med -2:

$$\begin{array}{r} 10x + 15y = 25 \\ -10x - 10y = -10 \\ \hline 5y = 15 \\ y = 3 \end{array}$$

$$\text{Sätt } y = 3 \text{ i (5): } \Rightarrow 5x + 5 \cdot 3 = 5 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Sätt } x = 2 \text{ och } y = 3 \text{ i (1): } \Rightarrow 2 + 3 + z = 4 \Rightarrow z = -1$$

Kontrollera lösningen genom att sätta in i (1):

$$VL = x + y + z = 2 + 3 - 1 = 4 = HL \quad \text{OK!}$$

Redovisa fullständiga, korrekta lösningar av följande uppgifter för betyget E:

1. Lös ekvationerna:

a)  $3x + 2 - 2(x - 1) = 5$

b)  $-2(x + 5) + 3(x - 1) = -11$

c)  $2(3x - 2) - (-1) \cdot 4 \cdot (3 - x) = 4$

d)  $6\left(\frac{2x}{3} + 2\right) - 4\left(5 - \frac{x}{4}\right) = 2$

e)  $4\left(\frac{2x}{3} + 2\right) - 6\left(5 - \frac{x}{4}\right) = -14$

f)  $\frac{x}{3} + 2 = \frac{2x}{5}$

2. Lös ekvationssystemet på tre olika sätt

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

3. Lös ekvationssystemet med additionsmetoden

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 0 \\ x + 2y - z = -2 \\ 2x + 2y - 3z = -8 \end{cases}$$