Förra lektionen

$$\int hastighet = sträcka$$

$$\int acceleration = hastighet$$

$$\int nedladdningshastighet = nedladdad\ mängd$$

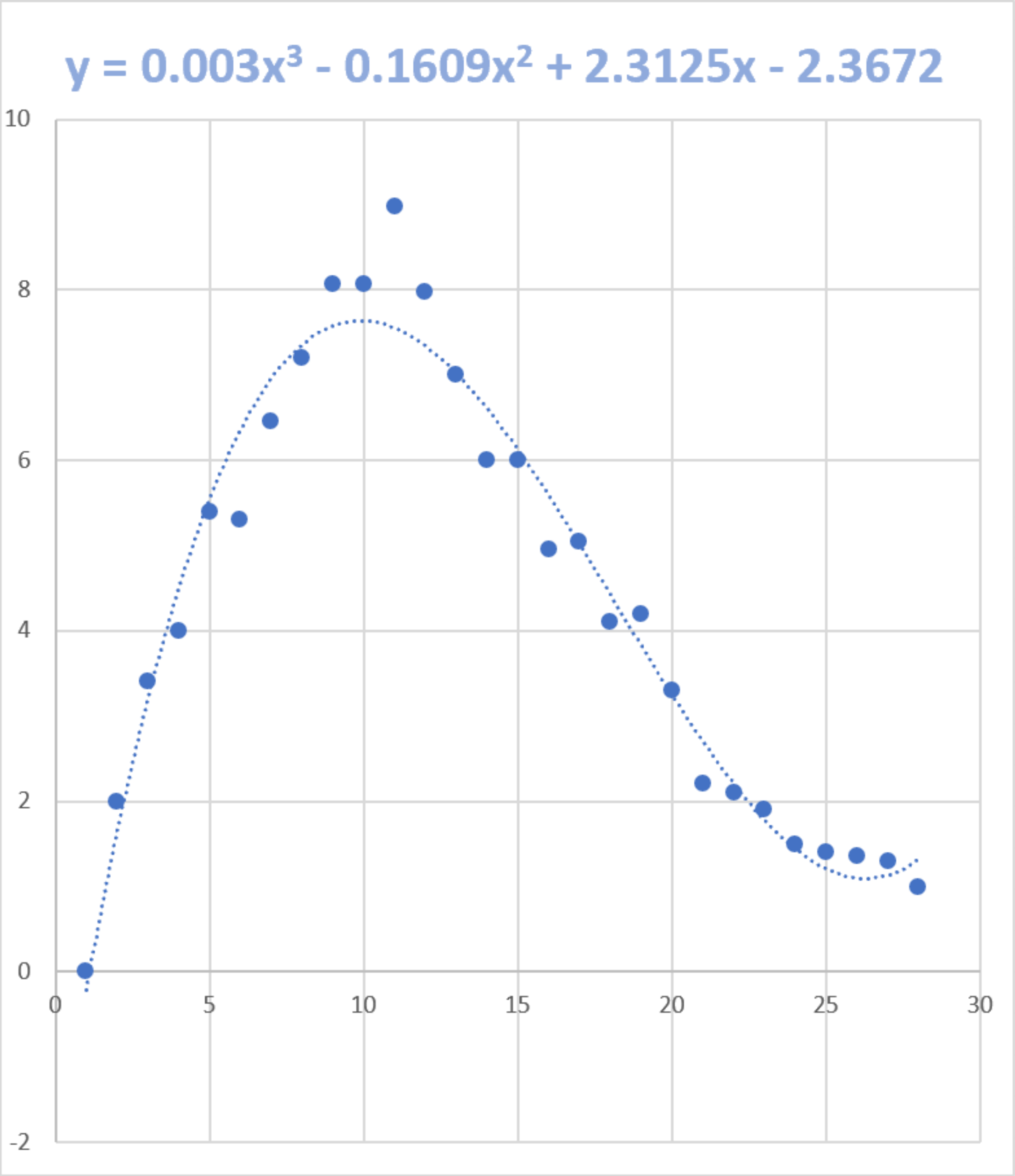
$$\int funktion\ f\ = \boldsymbol{arean}\ under\ f$$

$$\int_a^b funkion\ f(x) = \ [F(x)]_a^b$$

Av dessa (speciellt de sista) så gör vi en koppling mellan *arean under en kurva,* den *primitiva funktionen* *F*(x) och derivatan f(x).

Hur har man kommit fram till detta?

s	MB/s
1	0
2	2
3	3,4
4	4
5	5,4
6	5,3
7	6,45
8	7,2
9	8,07
10	8,06
11	8,97
12	7,97
13	7,01
14	6,003
15	6
16	4,96
17	5,04
18	4,1
19	4,2
20	3,3
21	2,2
22	2,1
23	1,9
24	1,5
25	1,4
26	1,356
27	1,3
28	1



I grafen så har vi anpassat en kurva efter punkterna och fått en funktion **f(t)**

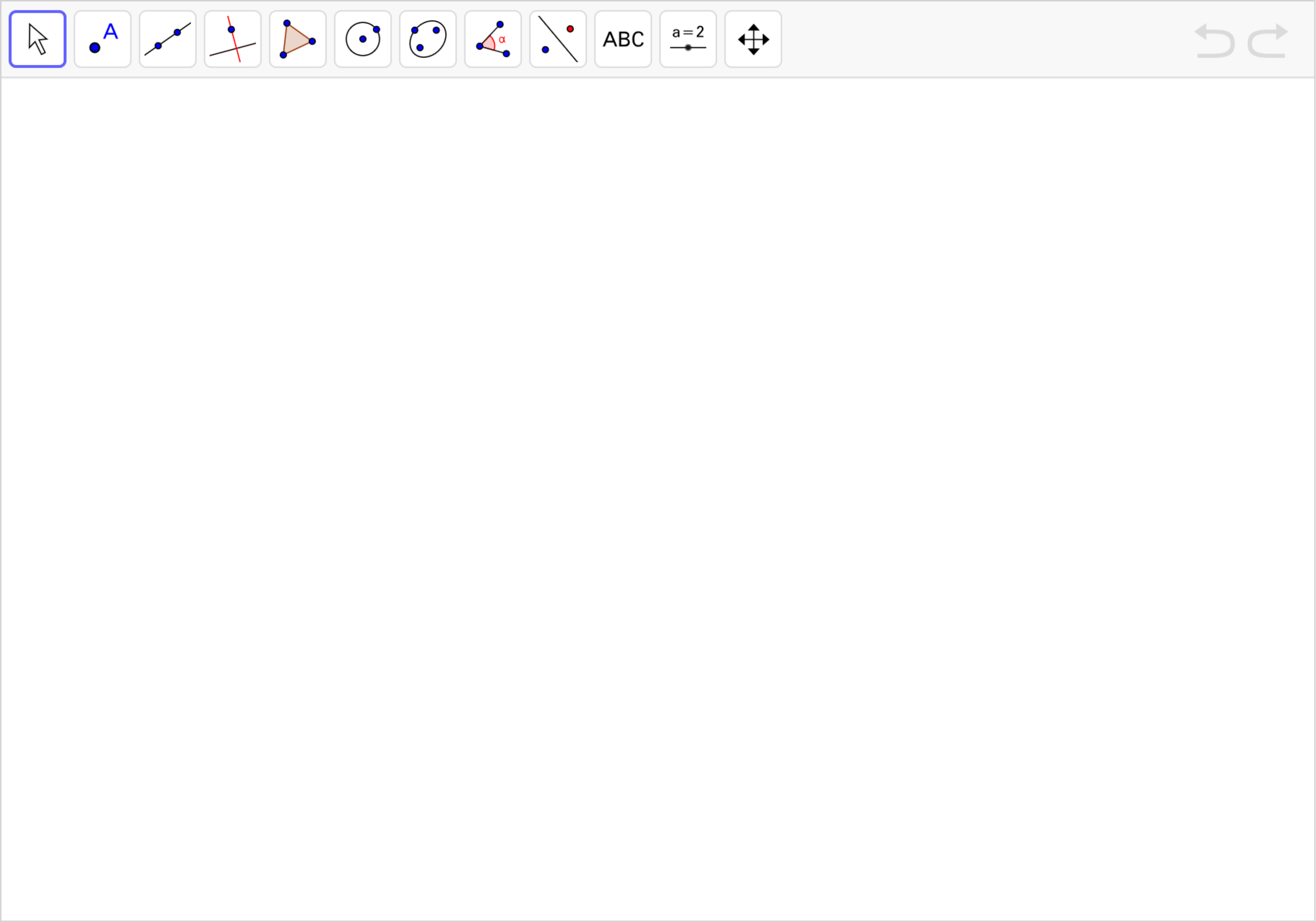
För varje tidsenhet ,**t**, så får vi ett funktionsvärde, f(t) som är en nedladdningshastighet

Om vi multiplicerar funktionsvärdet (Mbit/s) med en tid (s) så får vi ut MBit.

$$\frac{Mbit}{s} * s = Mbit$$

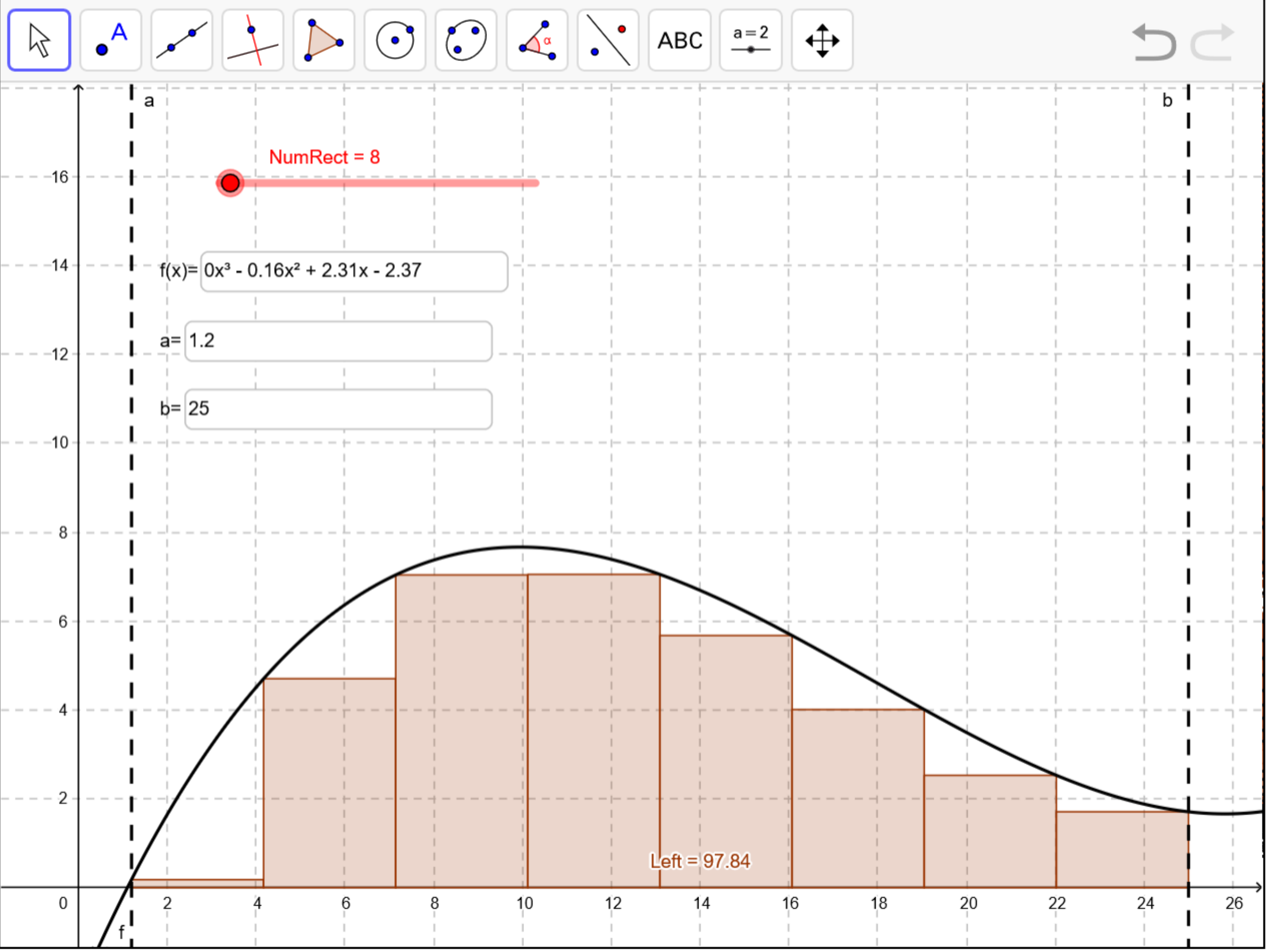
Men funktionsvärdet är ju också en höjd
Och tiden blir en bredd.
Bredd * Höjd = Area

Om vi gör en massa rektanglar under grafen som vi sedan adderar ihop kommer vi få hela nedladdningsmängden men även arean under grafen.

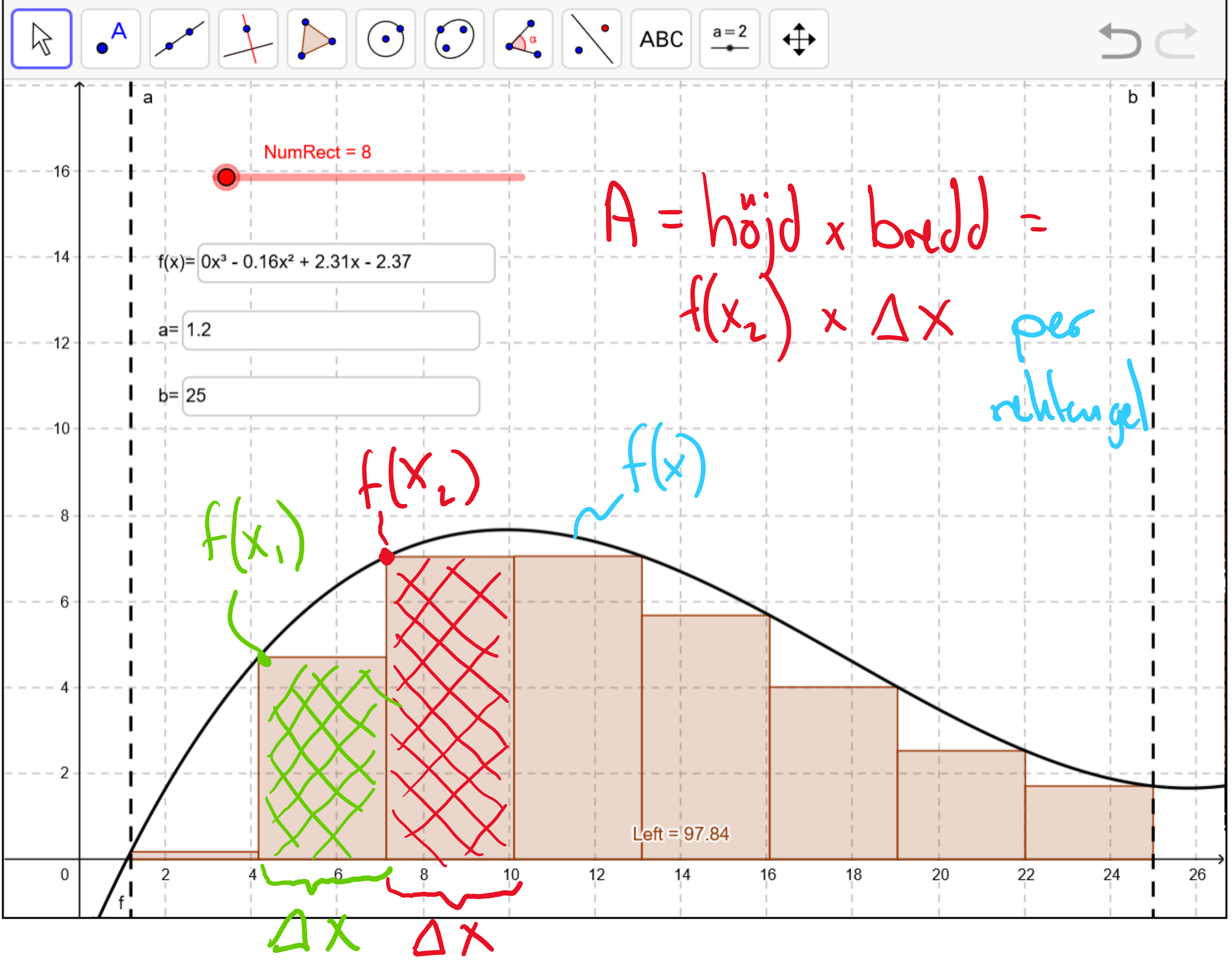


[Dynamisk]

f(x) = 0.003x^(3)-0.161x^(2)+2.313x-2.367



ABC
a=2
NumRect = 8
f(x)= 0x³ - 0.16x² + 2.31x - 2.37
a= 1.2
b= 25
Left = 97.84
a
b
f



[Total area = summa av delareor]

Arean av grafen = summan av alla rektanglar.

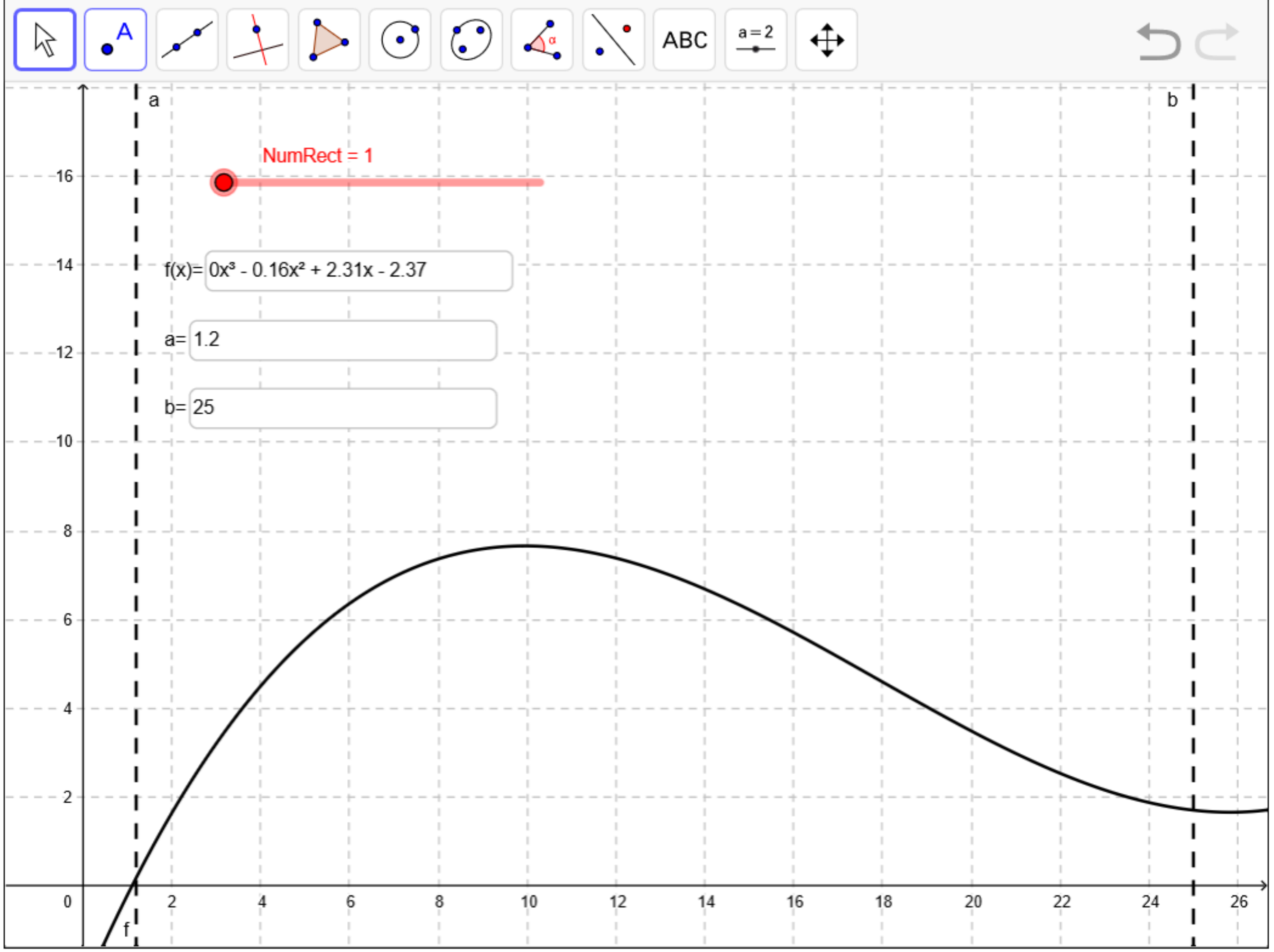
$$A(8) = f(x_1)\cdot\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_8)\Delta x$$

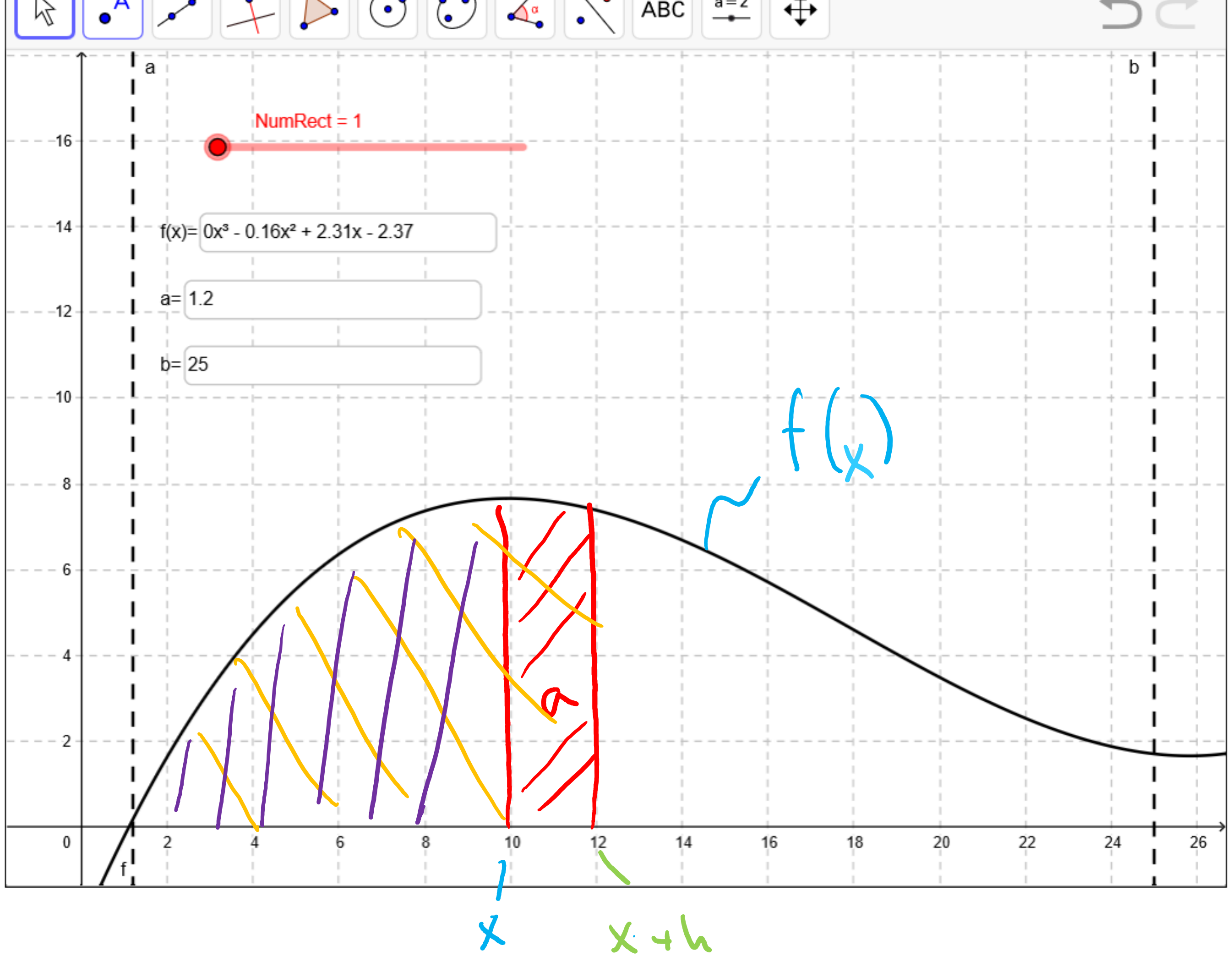
$$A(8) = \sum_{a=1}^{b=8} f(x_a)\cdot\Delta x$$

Om $\Delta x \to 0$ får vi plats med många fler rektanglar.

$$A(b) = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{a}^{b} f(x_a)\cdot\Delta x = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\boxed{A(b) = \int_a^b f(x_a)\,dx}$$


ABC
a = 2
a
b
NumRect = 1
f(x)= 0x³ - 0.16x² + 2.31x - 2.37
a= 1.2
b= 25
f
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26



$$\boxed{A(b)=\int_a^b f(x)\,dx} = \text{arean under } f(x) \text{ mellan } a \text{ och } b$$

area hela: $A(x+h)$

area lila: $A(x)$

area rött: $A(x+h)-A(x)$

Men area rött: $f(x)\cdot \Delta x = f(x)\cdot h$

$$f(x)\cdot h = A(x+h)-A(x)$$

$$f(x) = \frac{A(x+h)-A(x)}{h}$$ ← känns igen?

vad händer om $h \to 0$

$$f(x) = \lim_{h\to 0}\frac{A(x+h)-A(x)}{h} = A'(x)$$

$$f(x) = A'(x)$$

$$F(x) = A(x)$$

primitiv funktion

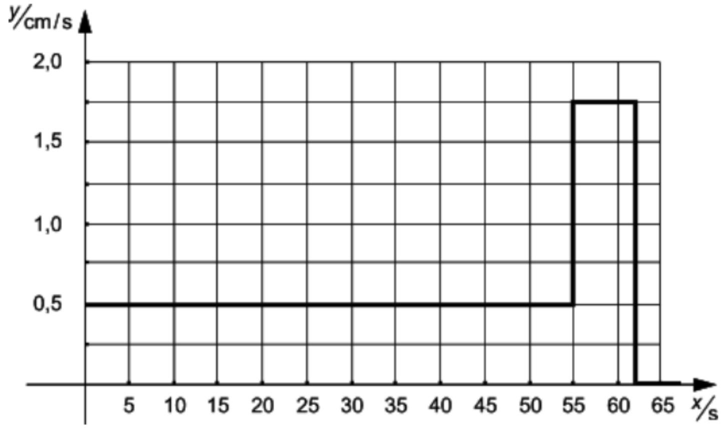
area till punkten x

Uppgifter

Bestäm konstanten a så att $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = f(a)$ om $f(x) = \dfrac{(2x)^{1/2}}{x}$

Låt $a(t)$ vara accelerationen i m/s av en bil vid t sekunder. Beskriv vad $\int_5^{10} a(t)\,\mathrm{d}t$ betyder.

Vatten rinner med jämn hastighet ner i en, från början, tom behållare. Nedanstående figur visar med vilken hastighet, y cm/s, vattennivån stiger i behållaren.

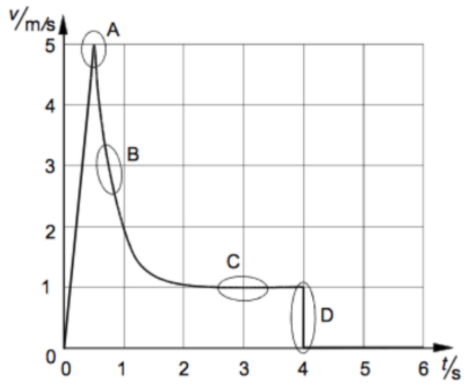


a) Hur lång tid tar det innan vattnet slutar rinna?

b) Hur högt når vattennivån?

c) Rita en skiss som visar hur behållaren kan se ut.

En stenkula släpps en bit ovanför en vattenyta. Grafen nedan visar hur stenens hastighet v m/s varierar med tiden t sekunder från det ögonblick då den släpps.



a) Beskriv vad som händer med stenkulan i A, B, C och D.

b) Hur högt ovanför vattenytan släpptes stenen?

c) Stenkulans hastighet $v(t)$ m/s i vattnet kan beskrivas med funktionen $v(t) = 1 + 18e^{-3t}$. Bestäm vattendjupet där stenkulan släpps. Ge svaret i meter med två decimaler.