Övningsuppgifter A-nivå

den 8 mars 2019 13:38

NAMN:____ **KLASS:**__________

Del A: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

1) Lös ekvationerna

a) $x^3 - 16x = 0$

b) $\dfrac{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{x}+\sqrt{x}} = 2$

2/1/1

$x(x^2-16)=0$

$x=0\ ,\quad x^2-16=0$

$x^2=16$

$x=\pm 4$

$\dfrac{\cancel{\sqrt{x}}\cdot x}{3\cancel{\sqrt{x}}} = 2$

$x=6$

2) Bevisa att för tre på varandra följande heltal gäller följande samband: Kvadraten på det största talet minus kvadraten på det minsta talet är alltid fyra gånger det mellersta talet.

0/2/1

$x\ ,\ x+1\ ,\ x+2$

$(x+2)^2 - x^2 = x^2+4x+4-x^2 = 4x+4 = 4(x+1)$

V.S.B.

3) I ekvationen $x^2 - (a-1)^2 = 0$ är a en konstant.
Lös ekvationen och svara på så enkel form som möjligt.

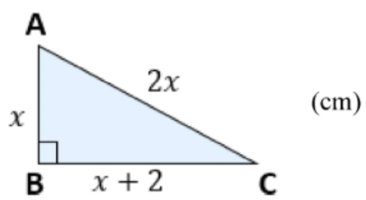
0/0/2

$x^2 = (a-1)^2$

$x = \pm\ a-1$

$x_1 = a-1 \qquad x_2 = -(a-1) = 1-a$

4) Visa att triangelns area är $\left(3+2\sqrt{3}\right)$ cm².



Pythagoras

$x^2+(x+2)^2 = (2x)^2$

$x^2+x^2+4x+4 = 4x^2$

$2x^2-4x-4=0$

$x^2-2x-2=0$

$x = 1 \pm \sqrt{3}$

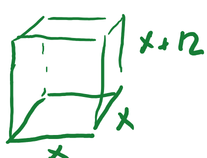
0/1/2

$\text{Arean} = \dfrac{x(x+2)}{2} = \dfrac{(1+\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{2} = \dfrac{3+4\sqrt{3}+3}{2} = 3+2\sqrt{3}$

V.S.B.

5) Ett rätblock har en kvadratisk bottenyta. Rätblockets höjd är 12 cm längre än sidan på bottenytan. Rätblockets totala area är 390 cm². Bestäm rätblockets höjd.

0/1/2



$\text{Arean} = 2x^2 + 4(x+12)\cdot x = 396$

$2x^2+4x^2+48x = 396$

$6x^2+48x = 396$

$x^2+8x = 66$

$x = -4 \pm \sqrt{16+66}$

$x = -4 \pm \sqrt{16 + 66}$

$x = -4 \pm \sqrt{82}$

$x = 5$

höjden är 12 cm

6) Emil har klättrat upp på taket till gården Katthult. Därifrån skjuter han en sten upp i luften med hjälp av sin slangbella. Stenen lämnar slangbellan 6,0 meter över marken. Formeln för stenens höjd över marken är $h(t) = 6,0 + 24t - 5t^2$, där t = tiden i sekunder.

a) Efter hur många sekunder når stenen sin högsta höjd och vilken är denna höjd?

b) Dessvärre befinner sig Emils pappa på fel ställe vid fel tidpunkt och får stenen i huvudet. Emils pappa är 1,80 meter lång och står på marken när han träffas. Hur lång tid tar det från det att Emil skjuter iväg stenen till dess att den träffar hans pappa i huvudet? $h(t) = 0$

1/3/2

a) $6 + 24t - 5t^2 = 0$

$t^2 - \frac{24}{5}t - \frac{6}{5} = 0$

$t = \frac{12}{5} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}}$

Symmetrilinjen är $t = \frac{12}{5} = 2.4$ den motsvarar högsta punkten.

b) Sätt $h(t) = 1.8$ och lös...

7) Nedan finns ett fotografi av ett brovalv i Lund. Det inre avståndet mellan pelarna som bär upp valvet är 6,6 m. Dess form beskrivs av grafen $y = dx^2 + 4,1$, där d är en konstant.

De vågräta linjerna är ritade från valvets högsta punkt samt från de punkter där grafen skär pelarnas in- respektive utsida.

Röda → $d \cdot 3.3^2 + 4.1 = 2.8$

$d = -\frac{1.3}{3.3^2} = -0.12$

De markerade sträckorna är följande:

a = 1,3 m

b = 1,0 m

c = 1,8 m

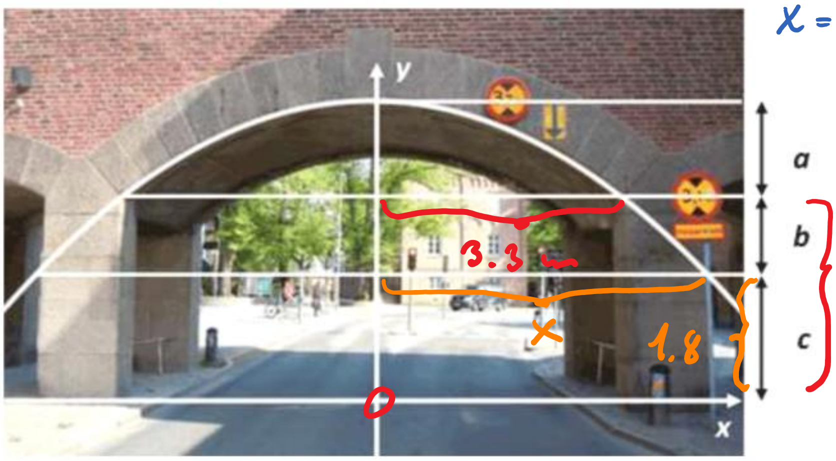
Orange → $-0.12 \cdot x^2 + 4.1 = 1.8$

$0.12x^2 = 2.3$

Hur breda är pelarna som håller uppe valvet?

$x = \pm \sqrt{\frac{2.3}{0.12}} = 4.4$

$4.4 - 3.3 = 1.1$ m



2.8 m

0/2/3

Bedömningsanvisningar

1) a) $x_1 = 0$
$x_2 = 4$
$x_3 = -4$

Minst 1 rätt, max ett fel + E_P

Minst 2 rätt, max 0 fel + E_P

Minst 3 rätt, max 0 fel + C_P

b) $x = 6$

Rätt svar + A_P

2) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter de tre talen $x,\ x+1,\ x+2$ med någon vidare ansats, t.ex. ställer upp likheten $(x+2)^2 - x^2 = 4(x+1)$ + C_{PL}

Visar sambandet, men beviset kan ha vissa brister. + C_R

Genomför ett korrekt matematiskt bevis + A_K

3) $x_1 = a - 1 \quad x_2 = 1 - a$

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck som leder till att båda rötterna kan bestämmas, t.ex. $x = \pm\sqrt{(a-1)^2}$ + A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar + A_P

4) Påbörjad lösning. T.ex ställer upp $x^2 + (x+2)^2 = (2x)^2$ + C_{PL}

Korrekt uppsatt uttryck för triangelns area även om det inte är korrekt förenklat.

$$A = \frac{(1+\sqrt{3}) \cdot ((1+\sqrt{3})+2)}{2}$$ + A_{PL}

Korrekt lösning + A_P

5) **17 cm**

Eleven formulerar en korrekt ekvation för beräkning av en rätblockets sidor. + C_M

Eleven förenklar uttrycket och löser ekvationen korrekt. + A_P

Variabler är tydligt angivna och lösningen är strukturerad samt lätt att + A_K

följa.

6) a) **2,4 sekunder, 35 m (34,8)**

Godtagbar ansats, t.ex. symmetrilinje ges av $-\frac{p}{2}$	+ E_{PL}
Korrekt värde för t (2,4 sekunder)	+ C_{PL}
Korrekt värde för både t och h	+ C_P

b) **5,0 sekunder**

Inser att $y = 1,8$	+ C_{PL}
Redovisad lösning med korrekt svar	+ A_{PL}
Tydligt redovisad och effektiv lösning med i huvudsak korrekt matematiskt språk.	+ A_K

7) **1,1 m**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $d \cdot 3,3^2 + 4,1 = 2,8$	+ C_{PL}
godtagbar bestämning av konstanten d ($d = -0,12$)	+ C_{PL}
godtagbar fortsättning, t.ex. sätter upp ekvationen $-0,12x^2 + 4,1 = 1,8$	+ A_{PL}
godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer x ($x = 4,4$)	+ A_{PL}
med tydlig och välmotiverad lösning och korrekt svar (1,1 m).	+ A_K