

Kapitel 4

Några uppgifter, Test 4 och Blandade uppgifter från kapitel 4, Samband och förändring.

4213. Vinsten $V(x)$ kr blir:

$$\begin{aligned} V(x) &= \text{intäkt}(x) - K(x) = 100x - (1200 + 16x + 0.4x^2) = \\ &= 100x - 1200 - 16x - 0.4x^2 = 84x - 1200 - 0.4x^2 \end{aligned}$$

4214. a) $f(g(x)) = f(5x + 2) = 3 - 4(5x + 2) = 3 - 20x - 8 = -20x - 5$

b) $g(f(x)) = g(3 - 4x) = 5(3 - 4x) + 2 = 15 - 20x + 2 = 17 - 20x$

c) $f(g(x)) = -25 \Leftrightarrow -20x - 5 = -25 \Rightarrow -20x = -20 \Rightarrow x = 1$

d) $f(f(x)) = f(3 - 4x) = 3 - 4(3 - 4x) = 3 - 12 + 16x = -9 + 16x = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{16}$$

Test 4

1.

$$x \cdot 0.06 = 24\,000 \Rightarrow x = \frac{24\,000}{0.06} = 400\,000 \text{ kr}$$

2. a)

$$V(3) = 100\,000 \cdot 0.9^3 = 72\,900 \approx 73\,000 \text{ kr}$$

b) Titta i diagrammet och se hur lång tid det är mellan kurvorna när värdet är 50 000 kr. Verkar vara cirka 2.3 år.

Det går också att prova sig fram med räknare och hitta t_1 och t_2 och sedan subtrahera dem.

$$0.9^{t_1} = 0.5 \text{ och } 0.85^{t_2} = 0.5, t_1 \approx 6.6 \text{ och } t_2 \approx 4.3 \Rightarrow 2.3 \text{ år}$$

3. $0.8a \cdot x = a \Rightarrow x = \frac{1}{0.8} = 1.25$ dvs 25 % större.

4. Då $O(r) = 2\pi r$ är den enda som kan komma på fråga är Graf E.

5. Förhållandet mellan x och y är konstant = 3, dvs det är en proportionalitet.

6.

$$\text{Pris}(\text{vikt}) = k \cdot \text{vikt}, \text{Pris}(3) = k \cdot 3 = 36 \Rightarrow k = 12 \text{ kr/kg}$$

Detta ger genast att $a = 60$ och $b = 7$.

7. Först sänks priset med 10 % dvs $\cdot (100\% - 10\%) = \cdot 90\% = \cdot 0.9$. Sedan sänks priset med ytterligare 23 %, dvs $\cdot 0.77$. Till sist alltså $50\,000 \cdot 0.9 \cdot 0.77 \approx 35\,000$ kr. Alternativ b).

8. $f(x) = 2x^2 - 5x + 6$

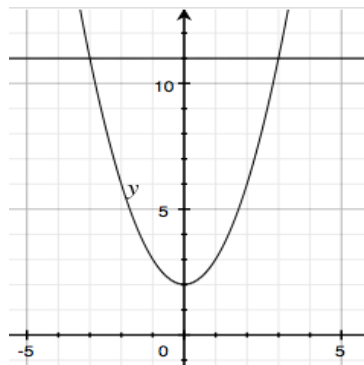
a) $f(2) = 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4$

b) $f(3) = 2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9$

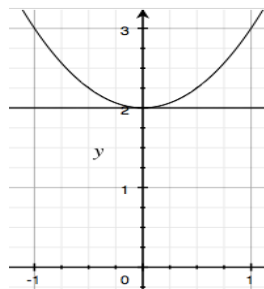
c) $f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 6 = 24$

d) $f(2a) = 2 \cdot (2a)^2 - 5 \cdot 2a + 6 = 8a^2 - 10a + 6$

9. a) $x^2 + 2 = 11 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$



b) $x^2 + 2 = 2 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 0$



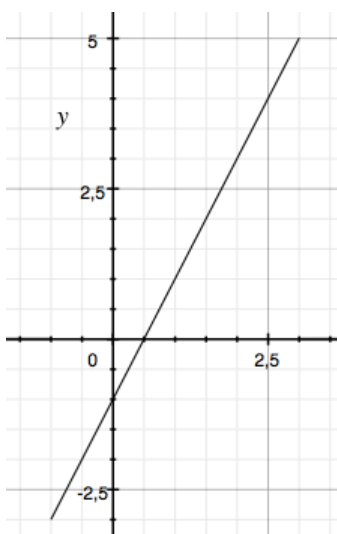
c) $x^2 + 2 = -1 \Rightarrow x^2 = -3$ ekvationen saknar reella lösningar.

10. a) Funktionerna är lika då $x = -3$, $x = 0$ och $x = 2$.

b) $f(x) < g(x)$ i två intervall, $x < -3$ och $0 < x < 2$.

c) $f(x) \geq g(x)$ i två intervall, $-3 \leq x \leq 0$ och $x \geq 2$.

11. Värdeområdet blir $-3 \leq y \leq 5$.



12. a)

$$\frac{2300}{15000} \cdot 100 \% \approx 15 \%$$

b) $0.34 \cdot 300 = 102$ kr

c) Låt antalet medlemmar vara x ,

$$\frac{60}{x} = 30 \% = 0.3 \Rightarrow x = 200 \text{ medlemmar}$$

13. a)

$$5 \cdot \frac{6000}{1000} = 30 \text{ kr}$$

b)

$$3 \cdot \frac{780\,000}{1\,000\,000} = 2.3 \text{ kg}$$

c)

$$\frac{138}{64\,000} \cdot 1\,000 = 2.2 \text{ promille}$$

d)

$$\frac{5}{250\,000} \cdot 10^6 = 20 \text{ ppm}$$

14. Antag att jeansen kostade y kr från början.

$$y \cdot 1.15 = 950 \Rightarrow y = \frac{950}{1.15} \approx 826 \text{ kr}$$

15.

$$\text{Nytt pris: } 1200 \cdot 1.25 \cdot 0.7 = 1050 \text{ kr,} \quad 100 - \frac{1050}{1200} \cdot 100 = 12.5 \% \text{ sänkning}$$

16.

$$0.85^5 = 0.44 \Rightarrow 56 \% \text{ minskning}$$

17 a)

$$700\,000 \cdot 0.035 = 24\,500 \text{ kr}$$

b)

$$\frac{24\,500}{12} \approx 2\,042 \text{ kr}$$

18.

$$2000 \cdot 1.04^7 \approx 2600 \text{ kr}$$

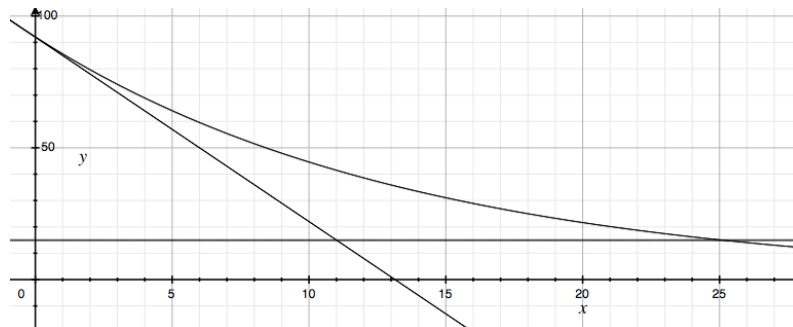
19. Ökningen är:

$$\frac{303}{261} \cdot 100 - 100 \approx 16 \%$$

20. $24 \text{ h} = 24 \cdot 60 = 1\,440 \text{ minuter} \Rightarrow$

$$1440 = 1.66 \cdot 10^{-4} (6370 + h)^{1.5} \Rightarrow h = \left(\frac{1440}{1.66 \cdot 10^{-4}} \right)^{\frac{1}{1.5}} - 6370 \approx 36\,000 \text{ km}$$

21.



a) $y_A(3) = 92 - 7 \cdot 3 = 71^\circ$ och $y_B(3) = 92 \cdot 0.93^3 \approx 74$

b) och c) Modell A antar att temperaturen sjunker linjärt med tiden. Modellen kan gälla högst 11 timmar för sedan blir kaffet kallare än omgivningen.

Modell B låter temperaturen sjunka exponentiellt mot 0° . Modellen gäller max 25 timmar av samma anledning.

Blandade uppgifter i kapitel 4

1.

$$\left(\frac{26}{20} - 1\right) \cdot 100 = 30 \%$$

2. a)

$$160\,000 \cdot \frac{3}{1\,000} = 480 \text{ bilar}$$

b)

$$8\,000 \cdot \frac{2}{1\,000} = 16 \text{ kg}$$

3. a) Basåret är det där index = 100, dvs 1995.

b) $132 - 100 = 32 \%$

c)

$$\frac{100}{88} \cdot 100 - 100 \approx 14 \%$$

d)

$$\left(\frac{132}{88} - 1\right) \cdot 100 \approx 50 \%$$

4.

$$\left(\frac{40}{33} - 1\right) \cdot 100 \approx 21 \%$$

5. a) 1995-2000: 500 kr

2000-2005: 2 000 kr

2010-2005: 1 000 kr

Åren 2000-2005 hade den största höjningen.

b) $5000/4000=1.25$, ja den procentuella höjningen är 25 %.

c)

$$\left(\frac{5\,000}{2\,300} - 1\right) \cdot 100 \approx 117 \%$$

6. a)

$$100 - \frac{249}{279} \cdot 100 \approx 11 \%$$

b)

$$\frac{249}{279} \cdot \frac{249}{279} \cdot 279 \approx 222 \text{ kr}$$

7. a) $60 \cdot 1.5 = 90 \text{ kr}$

b) $60 \cdot 2 = 120$ kr

c) $60 \cdot 3 = 180$ kr

8. a) $3\,200 \cdot 1.12 \cdot 0.75 = 2\,688$ kr

b)

$$100 - \frac{2\,688}{3\,200} \cdot 100 = 16 \text{ \% sänkning}$$

9.

$$2\,000\,000 \cdot \frac{5}{1\,000\,000} = 10$$

10. a) Rätt, en förändringsfaktor är inte begränsad till någon storlek.

b) Fel, en fördubbling innebär en ökning med 100 %.

c) Rätt, en tusen miljondelar är en tusendel.

d) Rätt, det är det som definierar basåret.

e) Rätt, amortering betyder återbetalning.

11. $V(3) = 50\,000 \cdot 0.8^3 = 25\,600$ kr

12. a) $y(2) = 0.2 \cdot 2 - 18 = 0.4 - 18 = -17.6^\circ \text{C}$

b) $y(t) = 0.2t - 18 = 0 \Rightarrow 0.2t = 18 \Rightarrow t = 90$ h

c) Temperaturen är från början -18°C och stiger sedan linjärt med $0.2^\circ/\text{timme}$.

13. $A = (-3, -2), B = (-2, -4), C = (0, 0), D = (2, 4), E = (4, -5)$

14. a) $f(4) = 10 - 2 \cdot 4 = 10 - 8 = 2$

b) $f(0) = 10 - 2 \cdot 0 = 10$

c) $f(-1) = 10 - 2 \cdot (-1) = 10 + 2 = 12$

d) $f(x) = 10 - 2 \cdot x = 0 \Rightarrow 10 = 2x \Rightarrow x = 5$ dvs $f(5) = 0$

15. a) Nej, räta linjer kan gå varsomhelst.

b) Ja, direkt proportionalitet går genom $(0, 0)$

c) $2^x > 0$ för alla x , dvs rätt.

d) Rätt, kvadraten på alla tal ≥ 0 .

e) Rätt, linjen är parallell med x -axeln.

16. a) Ja, linjärt förhållande där linjen går genom $(0, 0)$.

b)

$$\frac{75 \text{ kr}}{2 \text{ kg}} = 37.5 \text{ kr/kg}$$

c) $37.5 \cdot 4 = 150 \text{ kr}$

d) $2.4 \cdot 37.5 = 90 \text{ kr}$

17.

Förhållandet mellan pris och vikt är 6 kr/hg.

Vikt hg	Pris kr
3	18
6.5	39
7.5	45

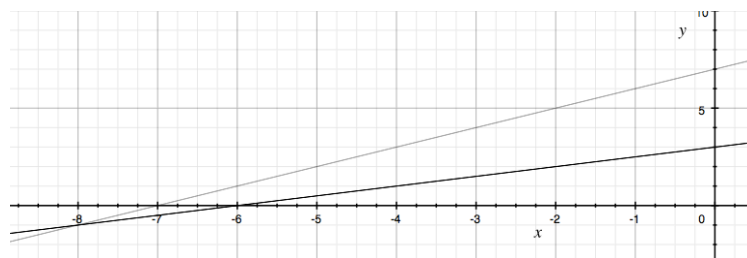
18. a) $P(600) = 12\,000 + 5 \cdot 600 = 15\,000 \text{ kr}$

b) $P(8\,000) = 12\,000 + 5 \cdot 8\,000 = 52\,000 \text{ kr}$

c) $40\,000 = 12\,000 + 5 \cdot y \Rightarrow y = 5\,600 \text{ st}$

d) 12 000 kr

19. a)



b)

$$7 + x = 3 + 0.5x \Rightarrow 0.5x = -4 \Rightarrow x = -8, y = -1$$

20. a) i figuren kan man direkt avläsa att det tar 20 minuter

b) $\frac{50}{60} \cdot 110 = x \cdot 90 \Rightarrow x \approx 60 \text{ minuter dvs cirka 10 minuter längre tid.}$

21. $1.05 \cdot 1.07 \cdot 1.06x = 196 \Rightarrow x \approx 165 \text{ cm}$

22. Nej, han har fel. $1.1 \cdot 0.9 = 0.99$ alltså minskning med 1 %.

23. a) Bassäng B är minst och vattnet måste där stiga fortast. Röd linje. Bassäng A stiger långsammare då den är större.

b) Bottenytans storlek är större än B men mindre än A .

c) Först stiger vattnet linjärt och sedan linjärt men långsammare. (Först som B och sedan som A .)

24. $x \cdot 1.09 = 70\,850 \Rightarrow x = 65\,000$ kr

25.

$$\frac{0.0024}{3.4} \cdot 1000 \approx 0.7 \text{ promille}$$

26. $0.145x = 29\,000 \Rightarrow x = 200\,000$ kr

27.

$$480\,000 \cdot 0.0875 \frac{1}{12} = 3\,500 \text{ kr}$$

28. a) $5.1 - 4.5 = 0.6$ procentenheter

b) $0.6 \frac{1}{100} \cdot 30\,000 = 180$ röster

c) $\left(\frac{5.1}{4.5} - 1\right) \cdot 100 \approx 13 \%$

29.

$$\frac{1.2}{1000} \cdot 500 \text{ l} = 0.6 \text{ l}$$

30.

$$\frac{303}{273} \cdot 8.60 \approx 9.55 \text{ kr}$$

31.

$$\frac{1}{9.4 \cdot 10^6} \cdot 10^6 \text{ ppm} \approx 0.11 \text{ ppm}$$

32. a) $x \cdot 0.8 = 480 \text{ kr} \Rightarrow x = 600 \text{ kr}$

b)

$$\frac{600}{480} = 1.25 \Rightarrow 25 \% \text{ dyrare}$$

33. $x \cdot 1.22 = 7\,105 \Rightarrow x = \frac{7\,105}{1.22} \approx 5800$ kr

34. a) $y(x) = a\sqrt{x}, y(35) = 90 = a\sqrt{35} \Rightarrow a \approx 15 \Rightarrow y(x) = 15.2\sqrt{x}$

b) $y(55) = 15.2\sqrt{55} \Rightarrow y \approx 113 \text{ km/h}$

35. $y(x) = 160 \cdot 0.85^x$

a) $y(0) = 160 \cdot 0.85^0 = 160$ tusen kr

b) 15 %

c) Prova dig fram. Cirka 7 år.

36. $P(x) = 0.2707 \cdot (x - 100)^{1.35}$

a) $P(606) = 0.2707 \cdot (606 - 100)^{1.35} = 0.2707 \cdot 506^{1.35} \approx 1211$ poäng

b)

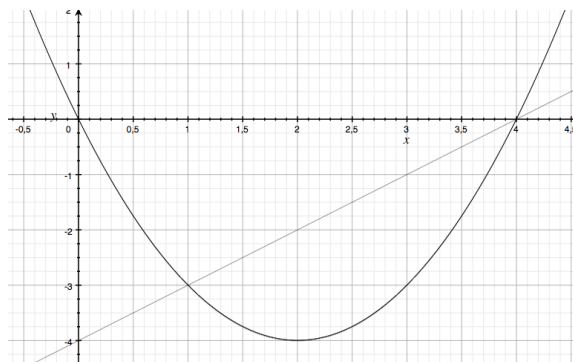
$$P(x) = 0.2707 \cdot (x - 100)^{1.35} = 850 \Rightarrow x = 100 + \left(\frac{850}{0.2707} \right)^{\frac{1}{1.35}} \approx 489 \text{ cm}$$

37. a) Titta i figuren och se var kurvorna skär varandra, $(-2, 3)$ och $(1, 0)$.

b) $1 - x = 0$ ser man där linjen skär x -axeln, dvs $x = 1$.

c) $3 - x - x^2 = 0$ man ser att $x_1 = -3$ och $x_2 = 1$.

38. a)



b) I grafen ser man skärningspunkterna $(1, -3)$ och $(4, 0)$.

c) $x < 0$ eller $x > 4$

d) $x_1 = 1, x_2 = 4$

39. Ökningen i % p blir:

$$24\,300 = 20\,000 \cdot (1 + p)^4 \Rightarrow p \approx \left(\frac{24\,300}{20\,000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 5.0 \%/\text{år}$$

40. a) $\text{antal}(2 \text{ timmar}) = 400 \cdot 1.06^2 \approx 450 \text{ st}$

b) $1.06^5 \approx 1.34$ dvs ökning cirka 34 %

c) $1.06^x = 2$, prova dig fram, $x = 12$ h

41. a)

$$20 - 5 = 15 \text{ st väger } 180 - 75 = 105 \text{ g} \Rightarrow \frac{105}{15} = 7 \text{ g/kr}$$

b) Skålen väger $75 - 5 \cdot 7 = 40$ g

42. a) ökning på 5 år $= 1.08^8 \approx 1.47$ dvs 47 %

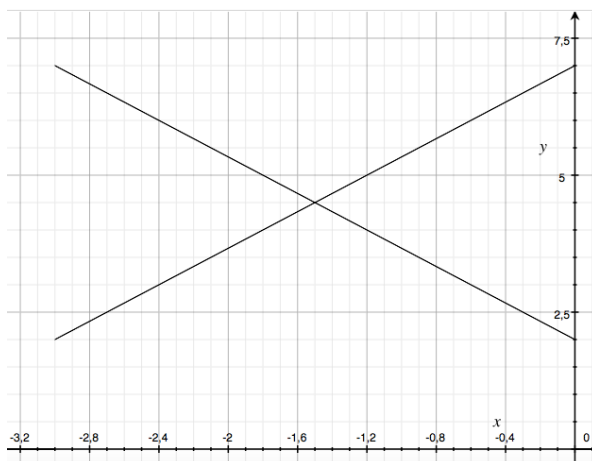
b) $1.08^x = 3$, prova dig fram $\Rightarrow x \approx 14$ år

43. 2 nya män utgör 12.5 % dvs det var 16 män och blev 18 män.

3 nya kvinnor utgör 15 % dvs det var 20 kvinnor och blev 23 kvinnor.

Andelen män från början $\frac{16}{36}$ och sedan $\frac{18}{41}$ alltså $\left(\frac{18}{41} - \frac{16}{36}\right) 100 \% = -0.54 \%$

44. Se figur nedan, till exempel $(-1, 2.5)$ och $(-0.4, 5)$.



45.

$$y = f(x) = k \cdot x^2, \text{ och } f(2) = 9 \Rightarrow 9 = k \cdot 2^2 \Rightarrow k = \frac{9}{4}$$

$$f(5) = \frac{9}{4} \cdot 5^2 = \frac{9}{4} \cdot 25 = 56.25$$

46. Se figur nedan: $(3) = 1.5$ och $g(3) = -1.5$

